

Julius Schärf  
Helmut Schierer  
Werner Baron



Programmieren mit dem  
Taschenrechner

**SR-56**

**Texas Instruments SR-56**

**mbourg Verlag Wien München**



**FORTBILDUNG DURCH SELBSTSTUDIUM**

**Elektronische Taschenrechner**

**Herausgeber: Julius Schärf**

Die Buchreihe

„FORTBILDUNG DURCH SELBSTSTUDIUM“

verhilft zu einer schnellen und sicheren Aneignung von Wissen, das für den beruflichen Aufstieg in der heutigen Leistungsgesellschaft erforderlich ist.

An Hand von vollständig durchgeführten Musterbeispielen dringt der Leser schrittweise in das Wissensgebiet ein. Viele Übungen mit angegebenen Lösungen geben ihm die Möglichkeit, die erworbenen Kenntnisse zu überprüfen und schon bald die ihm aufgetragenen Arbeiten zu bewältigen.

Prof. Dr. Julius Schärf wurde 1925 in Wien geboren. Er unterrichtet seit 1948 an Höheren technischen Lehranstalten. Er hat bereits 1957 die Fachgebiete Datenverarbeitung und technische Statistik, 1963 die Netzplantechnik in den Unterricht an der höheren Abteilung für Betriebstechnik am TGM eingeführt.

Dr. Schärf war einige Jahre in leitender Position in der Datenverarbeitungsindustrie tätig und ist Verfasser des vierbändigen Werks „Mathematik für Höhere technische Lehranstalten“, einiger Lehrbücher und einiger Fachbücher.

Prof. Mag. Helmut Schierer, geboren 1939, studierte an der Universität Wien. Seit 1964 unterrichtet er Mathematik, Physik und Rechenlabor am TGM.

Dipl.-Ing. Dr. techn. Werner Baron, geboren 1940 in Wien, studierte an der TH Wien Technische Mathematik und Moderne Rechentechnik. Er ist seit 1968 Assistent am Institut für Numerische Mathematik der TU Wien. Seit 1976 unterrichtet er am TGM Mathematik und EDV.

**JULIUS SCHÄRF  
HELMUT SCHIERER  
WERNER BARON**

# **PROGRAMMIEREN**

## **MIT DEM TASCHENRECHNER SR-56**

**Erste Auflage**



**R. OLDENBOURG VERLAG WIEN MÜNCHEN 1978**

**Elektronische Taschenrechner** / Hrsg.: Julius  
Schärf. — Wien, München: Oldenbourg.  
(Fortbildung durch Selbststudium)

NE: Schärf, Julius [Hrsg.]

→ Schärf, Julius: Programmieren mit dem  
Taschenrechner SR-56 [SR sechshundfünfzig]

**Schärf, Julius:**

Programmieren mit dem Taschenrechner SR-56  
[SR sechshundfünfzig] / Julius Schärf; Helmut  
Schierer; Werner Baron. — 1. Aufl. — Wien,  
München: Oldenbourg, 1978.

(Elektronische Taschenrechner) (Fortbildung  
durch Selbststudium)

ISBN 3-7029-0125-6 (Wien)

ISBN 3-486-21921-9 (München)

NE: Schierer, Helmut.; Baron, Werner:

1. Auflage 1978

© 1978 R. Oldenbourg KG. Wien

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege sowie der Speicherung und Auswertung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Werden mit schriftlicher Einwilligung des Verlags einzelne Vervielfältigungsstücke für gewerbliche Zwecke hergestellt, ist an den Verlag die gesetzlich zu zahlende Vergütung zu entrichten, über deren Höhe der Verlag Auskunft gibt.

Druck: R. Spies & Co., Wien

ISBN 3-7029-0125-6 R. Oldenbourg Wien

ISBN 3-486-21921-9 R. Oldenbourg München

# Inhaltsverzeichnis

## GRUNDLAGEN

<b>1. Tastatur für manuelle Bedienungen</b>	9
<b>2. Zahlendarstellung</b>	15
2.1. Normalschreibweise	15
2.2. Fixkommenschreibweise	15
2.3. Gleitkommadarstellung	15
<b>3. Grundrechnungen</b>	17
<b>4. Reihenfolge der Rechenoperationen</b>	18
<b>5. Zusammengesetzte Grundrechnungen</b>	20
<b>6. Funktionen in einer Variablen</b>	24
6.1. Kehrwert $1/x$	24
6.2. Quadratzahl $x^2$	25
6.3. Quadratwurzel $\sqrt{x}$	26
6.4. Kreiszahl $\pi$	27
6.5. Exponentialfunktion $e^x$	28
6.6. Exponentialfunktion $10^x$	29
6.7. Natürlicher Logarithmus $\ln x$	30
6.8. Zehnerlogarithmus $\lg x$	32
6.9. Kreisfunktionen	33
6.10. Arkusfunktionen	35
6.11. Absolutwertfunktion $ x $	37
6.12. Integerfunktion $\text{Int}$	37
<b>7. Potenzfunktion <math>y^x</math> und Wurzelfunktion <math>\sqrt[x]{y}</math></b>	38
<b>8. Weitere eingebaute Funktionen</b>	40
8.1. Polarkoordinaten	40
8.2. Statistische Maßzahlen	42
<b>9. Speicher</b>	44
9.1. Grundbegriffe	44
9.2. Speichertasten	44
<b>10. Lösungen zu den Übungen</b>	46

## PROGRAMMIERUNG

<b>11. Tasten für die Programmierung</b>	50
<b>12. Einfache Programme</b>	52
<b>13. Redigieren von Programmen</b>	55
13.1. Anzeige der Programmschritte	55
13.2. Single-Step und Backstep	56
13.3. Verwendung des Druckers	56
13.4. Einfügen eines Befehls	57
13.5. Löschen eines nicht mehr benötigten Befehls	57
13.6. Ersetzen eines Befehls	58
13.7. Anzeige eines Befehls	58
<b>14. Sprungbefehle</b>	59
14.1. Unbedingter Sprungbefehl GO-TO	59
14.2. Bedingte Sprungbefehle (Verzweigungen)	61
14.3. Schleifenkontrollbefehle	64
<b>15. Programmierung von Schleifen</b>	65
15.1. Induktive Schleifen	65
15.2. Sukzessive Schleifen	77
<b>16. Unterprogramme</b>	81

## ANWENDUNGEN

<b>Berechnung von Polynomwerten (Horner-Schema)</b>	84
<b>Arithmetische Folgen</b>	86
Glieder einer arithmetischen Folge	86
Summe einer arithmetischen Reihe	87
<b>Geometrische Folgen</b>	88
Glieder einer geometrischen Folge	88
Summe einer endlichen geometrischen Reihe	89
Summe einer unendlichen geometrischen Reihe	90
<b>Lineare Interpolation in Tabellen</b>	91
<b>Umwandlung Dezimalzahl <math>d \leftrightarrow</math> Zahl <math>z</math> zur Basis <math>b</math></b>	92
<b>Größter gemeinsamer Teiler und kleinstes gemeinsames Vielfaches</b>	94
<b>Komplexe Zahlen</b>	96
Addition und Subtraktion von komplexen Zahlen	96
Multiplikation von komplexen Zahlen	96
Division von komplexen Zahlen	96
Potenzieren einer komplexen Zahl	98
Radizieren einer komplexen Zahl	98
<b>Determinanten</b>	100
<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	102
Lineares Gleichungssystem in zwei Variablen	102
Lineares Gleichungssystem in drei Variablen	104
<b>Quadratische Gleichung <math>Ax^2 + Bx + C = 0</math></b>	106
<b>Kubische Gleichung <math>x^3 + ax^2 + bx + c = 0</math></b>	108
<b>Näherungsweise Auflösung von Gleichungen</b>	110
Regula falsi	110
Näherungsverfahren von Newton	112
<b>Hyperbelfunktionen und Arefunktionen</b>	114
<b>Interpolation durch ganzzrationale Funktionen</b>	116
<b>Polynom mit gegebenen Nullstellen</b>	120
<b>Querschnittswerte</b>	122
<b>Numerische Integration</b>	126
<b>Runge-Kutta-Verfahren für Differentialgleichungen 1. Ordnung</b>	128
<b>Arbeitszeitermittlung</b>	130
<b>Steigungsfunktion (Numerische Differentiation)</b>	132
<b>Vektorrechnung</b>	134
Skalarprodukt zweier Vektoren	134
Vektorprodukt zweier Vektoren	134
Winkel zwischen zwei Vektoren	134
<b>Rechtwinklige Dreiecke</b>	136
<b>Schiefwinklige Dreiecke</b>	140
Fall SWS	140
Fall SSS	140
Fall WSW	140
Fall SSW	143
<b>Berechnungen am Kreis (Kreissektor und Kreissegment)</b>	146
<b>Parallelverschiebung und Drehung des Koordinatensystems</b>	148
<b>Gedämpfte Sinusschwingung</b>	149
<b>Statistik</b>	150
Mittelwert und Standardabweichung einer Stichprobe mit Klasseneinteilung	150
Lineare Regression	153
Hypergeometrische Verteilung	156
Binomialverteilung	158
Poisson-Verteilung	160



# Vorwort

Geisttötende Routinerechnungen in einem Statikerbüro bewogen nach 1930 den deutschen Bauingenieur Konrad Zuse, sich mit der Automatisierung von Rechengvorgängen zu beschäftigen. 1941 vollendete er die erste programmgesteuerte Rechenanlage der Welt, seine Z 3. Die EDV trat damit ihren Siegeszug an.

Neue Bauelemente ermöglichten gewaltige Leistungssteigerungen. Neue Impulse brachte die Raumfahrt, unter anderem die Miniaturisierung der Bauteile von Rechnern und ihre Massenfertigung. Damit entstanden Taschenrechner mit der Leistungsfähigkeit von früheren Großanlagen. Hochwertige programmierbare Taschenrechner liegen preislich bereits so günstig, daß sie bald in Schule und Praxis herkömmliche Rechenhilfsmittel verdrängen werden.

Dieses Buch soll den Leser befähigen,

1. mit Hilfe des Taschenrechners die eigenen Rechenprobleme schnell und sicher zu lösen,
2. ohne Vorkenntnisse bald programmieren zu können,
3. die Möglichkeiten seines Taschenrechners voll auszuschöpfen.

Dazu werden sicherlich die vielen ausführlichen Beispiele beitragen.

Im Hinblick auf die Zielsetzung ist das Buch in drei Abschnitte gegliedert:

1. Grundlagen
2. Programmierung
3. Anwendung

Der Leser wird schrittweise mit seinem leistungsfähigen Gerät vertraut gemacht. Bereits am Ende des ersten Abschnitts, in dem das Programmieren noch gar nicht erwähnt wird, ist er imstande, einfache Programme selbst zu erstellen.

Im zweiten Abschnitt wird der Leser mit der Programmiertechnik vertraut gemacht.

Er lernt

- mit den unbedingten und bedingten Sprungbefehlen umzugehen;
- Schleifen zu programmieren;
- die Unterprogrammtechnik zu verstehen;
- das Redigieren von Programmen.

Im dritten Abschnitt ist die Lösung vieler Probleme vollständig durchgeführt: Problemstellung, mathematische Formulierung, Programm, Programmdurchführung, Bemerkungen zum Programm.

Der Leser wird hier befähigt, Probleme in der Sprache des Rechners zu formulieren. In vielen Fällen wird er eines dieser Beispiele direkt auf seine Probleme anwenden können.

Die vorliegenden Ausführungen beziehen sich, wie schon aus dem Titel hervorgeht, auf den weitverbreiteten Texas Instruments-Taschenrechner SR-56, der sich durch hohe Rechengenauigkeit, Zuverlässigkeit und niedrigen Preis auszeichnet.

Wir danken für Verbesserungsvorschläge, insbesondere den Herren Mag. ROBERT STRECHA, Dr. TOBIAS SCHLÄPFER und Mag. HEINZ STEGBAUER, und bitten alle Leser um Kritik und Anregungen.

Zu Dank verpflichtet sind wir der Firma Texas Instruments für die Genehmigung, aus ihrer Firmenliteratur zitieren zu dürfen.

Ferner danken wir dem Verlag R. Oldenbourg für das Eingehen auf unsere Wünsche.

Wien, März 1978

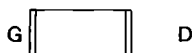
*Julius Schärf, Helmut Schierer, Werner Baron*

# Grundlagen

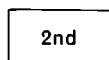
## 1. Tastatur für manuelle Bedienung



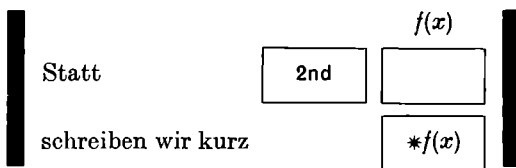
Ein-Aus-Schalter.



Wahl des Winkelmodus  
**G** ... Neugrade, **D** ... Altgrade ...<sup>1</sup>



Präfixtaste zum Umschalten auf die zweite Funktion, die in gelber Schrift<sup>2</sup> unmittelbar über der Taste auf der Abdeckung angebracht ist.



Wahl der Winkleinheit im Bogenmaß.

<sup>1</sup> Der Winkelmodus **R** wird durch



eingeschaltet.

<sup>2</sup>  $f(n)$  in blauer Schrift.

## Zahleneingabe

0 bis 9

•

\* $\pi$

+/-

EE

INV EE

Zifferntasten.

Eingabe des Dezimalkommas.

Eingabe des Werts von  $\pi$ .

Vorzeichenwechseltaste.

*enter exponent*

Ist vor Eingabe des Exponenten zu drücken.

Schaltet den Rechner auf Gleitkommamodus um, wenn zuvor 10 oder weniger Stellen vor dem Dezimalpunkt eingegeben oder ausgewiesen werden.

Aufhebung der Gleitkommaform.

## Anzeigeformat

\*fix  $n$

INV \*fix

Ergebnisse werden in Normalschreibweise mit (höchstens)  $n$  Nachkommastellen angezeigt<sup>1</sup>.

Aufhebung der Festlegung der Nachkommastellen, wenn  $10^{-10} < |x| < 10^{10}$  ist.

## Löschtasten

CE

CLR

\*CMs

*clear entry*

Löscht die letzte Tastatureingabe.

Löscht die laufende Rechnung und die Anzeige. Speicherinhalte bleiben unverändert.

*clear memories*

Löscht alle adressierbaren Speicherregister.

<sup>1</sup>  $0 \leq n \leq 8$

## Umordnen von Daten

$x \leftrightarrow t$
-----------------------

Vertauscht die Inhalte von X- und T-Register.

STO	$n$	...
-----	-----	-----

Speichert die angezeigte Zahl im Speicher  $n$ .

RCL	$n$
-----	-----

Ruft den Inhalt des Speichers  $n$  ab.

SUM	$n$
-----	-----

Addiert die angezeigte Zahl zum Inhalt des Speichers  $n$  und speichert das Resultat im Speicher  $n$ .

*PROD	$n$
-------	-----

Multipliziert den Inhalt des Speichers  $n$  mit der angezeigten Zahl und speichert das Resultat im Speicher  $n$ .

*EXC	$n$
------	-----

*exchange*

Vertauscht den Inhalt des Speichers  $n$  mit der angezeigten Zahl.

INV	SUM	$n$
-----	-----	-----

Subtrahiert die angezeigte Zahl vom Inhalt des Speichers  $n$  und speichert das Resultat im Speicher  $n$ .

INV	*PROD	$n$
-----	-------	-----

Dividiert den Inhalt des Speichers  $n$  durch die angezeigte Zahl und speichert das Resultat im Speicher  $n$ .

*Beachte :*

Statt	STO	$n$	schreiben wir kurz	STO $n$
	RCL	$n$		RCL $n$
	SUM	$n$		SUM $n$
	*PROD	$n$		*PROD $n$
	*EXC	$n$		*EXC $n$

<sup>1</sup>  $0 \leq n \leq 9$

## Arithmetische Funktionstasten

<b>+</b>	Die angezeigte Zahl — Eingabe oder Ergebnis einer Berechnung — wird als 1. Operand einer Addition gespeichert. ... <sup>1</sup>
<b>−</b>	Die angezeigte Zahl — Eingabe oder Ergebnis einer Berechnung — wird als 1. Operand einer Subtraktion gespeichert. ... <sup>1</sup>
<b>×</b>	Die angezeigte Zahl — Eingabe oder Ergebnis einer Berechnung — wird als 1. Operand einer Multiplikation gespeichert. ... <sup>1</sup>
<b>:</b>	Die angezeigte Zahl — Eingabe oder Ergebnis einer Berechnung — wird als 1. Operand einer Division gespeichert. ... <sup>1</sup>
<b>=</b>	Führt alle noch nicht ausgeführten Rechenschritte des eingetasteten arithmetischen Ausdrucks durch.

## Funktionen in einer Variablen

Die angezeigte Zahl sei  $x$ .

<b>*1/x</b>	Berechnet $1/x$
<b><math>x^2</math></b>	Berechnet $x^2$
<b>*<math>\sqrt{x}</math></b>	Berechnet $\sqrt{x}$
<b><math>e^x</math></b>	Berechnet $e^x$
<b><math>\ln x</math></b>	Berechnet $\ln x$
<b>*log</b>	Berechnet $\lg x = \log_{10} x$
<b>*10<sup>x</sup></b>	Berechnet $10^x$
<b>* x </b>	Berechnet $ x $
<b>*Int</b>	Berechnet den ganzzahligen Teil der angezeigten Zahl
<b>INV</b> <b>*Int</b>	Löscht den ganzzahligen Teil der angezeigten Zahl

<sup>1</sup> Genauere Beschreibung auf Seite 18.

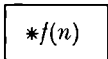
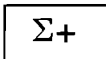
sin	Berechnet $\sin x$	} <div>           Modus <b>R</b>: <math>x \triangleq \widehat{\alpha}</math>            Modus <b>D</b>: <math>x \triangleq \alpha^\circ</math>            Modus <b>G</b>: <math>x \triangleq \alpha^\text{g}</math> </div>
cos	Berechnet $\cos x$	
tan	Berechnet $\tan x$	

INV	sin	Berechnet $\arcsin x$	} <div>           Modus <b>R</b>: <math>\arcsin x \triangleq \widehat{\alpha}</math>            Modus <b>D</b>: <math>\arcsin x \triangleq \alpha^\circ</math>            Modus <b>G</b>: <math>\arcsin x \triangleq \alpha^\text{g}</math> </div>
INV	cos	Berechnet $\arccos x$	
INV	tan	Berechnet $\arctan x$	

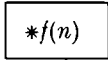
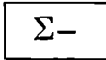
## Funktionen in zwei Variablen

$y^x$	Berechnet $y^x$ ( $y \geq 0$ )	a	$y^x$	} $a^b$
		b	=	
$*\sqrt[x]{y}$	Berechnet $\sqrt[x]{y}$ ( $y \geq 0$ )	a	$*\sqrt[x]{y}$	} $\sqrt[b]{a}$
		b	=	

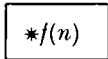
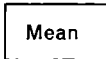
## Statistische Funktionen

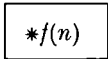
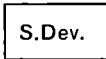
Summen-Plus-Taste zur Eingabe von Datenpunkten

Summen-Minus-Taste  
zum Löschen von ungewollten Dateneingaben bei  
statistischen Berechnungen

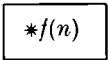
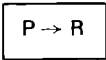
Berechnet den Mittelwert

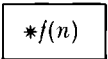
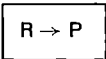
Berechnet die Standardabweichung mit  
( $n - 1$ )-Wichtung

## Umrechnungstasten

**Rechtwinklige Koordinaten ↔ Polarkoordinaten**

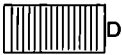



Umrechnung von Polarkoordinaten in rechtwinklige  
Koordinaten.

Umrechnung von rechtwinkligen Koordinaten  
in Polarkoordinaten.

## Winkelmodi



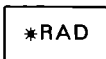
Umschaltung auf Betriebszustand **D**  
(*Altgrad-Modus*)



Umschaltung auf Betriebszustand **G**  
(*Neugrad-Modus*)



Umschaltung auf Betriebszustand **R**  
(*Bogenmaß-Modus*)

Abschaltung des Betriebszustandes **R**



## 2. Zahlendarstellungen

### 2.1. Normalschreibweise

Ergebnisse  $x$ , für die

$$1 \cdot 10^{-10} \leq |x| < 1 \cdot 10^{10}$$

gilt, werden in der üblichen Form `zzzzzz.zzzz` angezeigt, wobei zu beachten ist, daß der Rechner intern 12 Stellen<sup>1</sup> errechnet.

*Beachte:* Alle Zifferneingaben nach der 10. Stelle werden ignoriert.

### 2.2. Fixkommасchreibweise

Man kann durch Drücken der Tasten

$$\boxed{*fix} \quad \boxed{n} \quad 0 \leq n \leq 8 \quad \dots^2$$

bewirken, daß der Inhalt des X-Registers mit (höchstens)  $n$  Stellen hinter dem Komma angezeigt wird<sup>2</sup>.

Die letzte Ziffer wird gerundet.

Für die weiteren Berechnungen wird der ungerundete Wert verwendet.

Die Fixkommасeinstellung kann durch

$$\boxed{INV} \quad \boxed{*fix} \quad \text{oder durch} \quad \boxed{*fix} \quad \boxed{9}$$

aufgehoben werden.

### 2.3. Gleitkommadarstellung

Ergebnisse  $x$ , für die

$$|x| \geq 1 \cdot 10^{10} \quad \text{oder} \quad |x| < 1 \cdot 10^{-10}$$

gilt, werden in **normierter Gleitkommadarstellung** angegeben.

$$\begin{aligned} x &= m \cdot 10^n \\ m \dots &\text{Mantisse } 1 \leq m < 10 \\ n \dots &\text{Exponent (ganze Zahl)} \end{aligned}$$

In der Anzeige des Rechners erscheinen nur die beiden Parameter  $m$  und  $n$  in der Form

$$m_1 \cdot m_2 m_3 m_4 m_5 m_6 m_7 m_8 m_9 m_{10} \pm n_1 n_2$$

*Beachte:* Die interne Rechengenauigkeit des Texas-Rechners SR-56 beträgt 12 Stellen<sup>1</sup>, unabhängig von der angezeigten Zahl.

Die Anzeige wird auf höchstens 10 Stellen gerundet. Die 2 nichtangezeigten Stellen dienen zum Auffangen von Rundungsfehlern.

<sup>1</sup> Bei einigen Funktionen 13 Stellen.

<sup>2</sup> fix ist eine Abkürzung für *fixpoint* (engl.).

Beim SR-56 wird eine eingetastete Gleitkommazahl normiert, sobald eine Funktions- oder Operationstaste gedrückt wird. Die Gleitkommaform kann durch

INV EE für  $10^{-10} \leq |x| < 10^{10}$  wieder aufgehoben werden.

Eine Gleitkommazahl muß in folgender Form eingegeben werden:

1. Mantisse

2. +/-, falls die Mantisse negativ ist

3. EE

4. Ein- oder zweistelliger Exponent

5. +/-, falls der Exponent negativ ist.

Die Schritte 4 und 5 können vertauscht werden oder unterbleiben.

Die EE-Taste kann man auch zum Abschneiden der letzten Stellen einer Zahl benutzen:

Das Drücken der EE-Taste bewirkt, daß der Rechner nur noch mit der augenblicklich in der Anzeige ausgewiesenen Zahl weiterrechnet.

X 1 EE =

bewirkt die Umschaltung des Rechners auf die Gleitkommaform<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Die im Anzeigenregister stehende Zahl wird mit  $1 \cdot 10^0$  multipliziert.

## ÜBUNGEN

Stelle folgende Zahlen im genormten Gleitkommaformat dar:

**2.01.**  $124,5 =$  .....

**2.02.**  $0,17 =$  .....

**2.03.**  $30\,070 =$  .....

**2.04.**  $-5\,100\,000 =$  .....

**2.05.**  $0,000\,814\,3 =$  .....

**2.06.**  $-5,185 =$  .....

**2.07.**  $-35\,920\,000\,000 =$  .....

**2.08.**  $0,000\,000\,273\,2 =$  .....

**2.09.**  $843 \cdot 10^4 =$  .....

**2.10.**  $0,025 \cdot 10^{-3} =$  .....

**2.11.**  $0,0064 \cdot 10^8 =$  .....

**2.12.**  $-4967 \cdot 10^{-6} =$  .....

Schreibe folgende Gleitkommazahlen in konventioneller Form:

**2.13.**  $2,5 \cdot 10^3 =$  .....

**2.14.**  $6,7 \cdot 10^{-2} =$  .....

**2.15.**  $-9,6 \cdot 10^8 =$  .....

**2.16.**  $-2,9 \cdot 10^{-5} =$  .....

**2.17.**  $49 \cdot 10^3 =$  .....

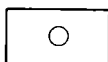
**2.18.**  $0,21 \cdot 10^4 =$  .....

**2.19.**  $6391 \cdot 10^{-6} =$  .....

**2.20.**  $-0,055 \cdot 10^8 =$  .....

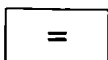
## 3. Grundrechnungen

$a$



○ steht hier für  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $:$

$b$



$a \circ b$

## ÜBUNGEN

Die Ergebnisse sind mit 2 Nachkommastellen anzugeben.

**3.01.**  $8,12 + 9,13 =$  .....

**3.02.**  $173,97 + 17,873 =$  .....

**3.03.**  $16,43 - 19,275 =$  .....

**3.04.**  $148,12 - 12,87 =$  .....

**3.05.**  $14,697 \cdot 0,728 =$  .....

**3.06.**  $1789,3 \cdot 17,82 =$  .....

**3.07.**  $6405,16 : 16,72 =$  .....

**3.08.**  $873,5 : \pi =$  .....

**3.09.**  $8,5 + (-9,2) =$  .....

**3.10.**  $(-17,21) + 12,19 =$  .....

**3.11.**  $173,6 - (-19,7) =$  .....

**3.12.**  $(-576,42) - (-214,16) =$  .....

**3.13.**  $14,19 \cdot (-12,97) =$  .....

**3.14.**  $(-0,234) \cdot 173,87 =$  .....

**3.15.**  $63,97 : (-97,63) =$  .....

**3.16.**  $(-193,12) : 11,87 =$  .....

## 4. Reihenfolge der Rechenoperationen

Der beschriebene Texas-Instruments-Rechner verwendet das **algebraische Operationssystem**, genannt **AOS**.

Dieses System verarbeitet die Zahlen so, wie es in allen Schulen gelehrt wird.

Beim SR-56 haben wir 5 Operationsstufen:

- Stufe 1: Sonderfunktionen
- Stufe 2: Potenzen ( $y^x$ ) und Wurzeln ( $\sqrt[x]{y}$ )
- Stufe 3: Multiplikation und Division
- Stufe 4: Addition und Subtraktion
- Stufe 5: Gleichheitsanweisung

Zu 1: Das Argument  $x$  wird durch  $f(x)$  ersetzt.

Operationen der Stufe  $n$  werden erst durchgeführt, wenn alle Operationen der Stufe 1 bis  $n - 1$  bereits durchgeführt sind.

Operationen mit gleicher Rangordnung werden in der Reihenfolge ihrer Eingabe durchgeführt.

Mit der Gleichheitsanweisung werden alle Operationen abgeschlossen.

### BEISPIELE

Eingabe	Taste	Anzeige	Bemerkung
2	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">+</div>	2.	Anweisung zur Addition 2 +
7	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">=</div>	9.	Addition abgeschlossen
<hr/>			
2	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">+</div>	2.	
4	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">+</div>	6.	Abschluß der Addition 2 + 4
3	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">=</div>	9.	Anweisung zur Addition (2 + 4) + Endresultat
<hr/>			
2	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">×</div>	2.	Anweisung zur Multiplikation 2 ×
3	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">+</div>	6.	Multiplikation 2 · 3 abgeschlossen; Anweisung für (2 · 3) +
4	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">=</div>	10.	Endresultat

1	$+$	1.	
2	$\times$	2.	kein Zwischenresultat möglich
3	$=$	7.	zuerst Abschluß der Multiplikation, dann Abschluß der Addition

3	$y^x$	3.	
4	$+$	81.	Abschluß der Potenzierung $3^4$ ; Speicherung von $3^4 +$
9	$=$	90.	Abschluß der Addition $3^4 + 9$

5	$+$	5.	
4	$\times$	4.	kein Abschluß möglich; $5 + 4 \times$
2	$y^x$	2.	kein Abschluß möglich; 2 hoch
3	$=$	37.	Abschluß von $2^3$ , dann von $4 \cdot 2^3$ und dann von $5 + (4 \cdot 2^3)$

Der SR-56 kann auch mit Klammern rechnen.

Der SR-56 akzeptiert 9 Klammerebenen mit bis zu 7 unvollständigen Operationen<sup>1</sup>.

#### BEISPIEL

$$2 + 3 (5 + 1)^3 - 2 = 648$$

2	$+$		2.	$2 +$
3	$\times$	$($	3.	$3 \times ($
5	$+$		5.	$5 + \dots$
1	$)$	$y^x$	6.	$5 + 1 = 6$ ; 6 hoch $\dots$
3	$-$		650.	$6^3 = 216$ ; $3 \cdot 216 = 648$ ; $648 + 2 = 650$ ; $650 - \dots$
2	$=$		648.	$650 - 2 = 648$

<sup>1</sup> Höchstens 7 Operationen können zusammen mit den Daten im Rechner gespeichert und nicht sofort abgeschlossen werden.

## 5.      **Zusammengesetzte Grundrechnungen**

### Additionsketten

$$a + b - c + \dots$$

$a$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">+</div>
$b$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">-</div>
$c$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">+</div>

Anzeige:

$$a$$

$$a + b$$

$$a + b - c$$

### Multiplikationsketten

$$\frac{a \cdot b}{c \cdot d}$$

$a$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">×</div>
$b$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">:</div>
$c$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">:</div>
$d$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">=</div>

$$a$$

$$a \cdot b$$

$$\frac{a \cdot b}{c}$$

$$\frac{a \cdot b}{c \cdot d}$$

### Summe von Produkten

Der Aufbau der Register ermöglicht die direkte Berechnung von Summen von Produkten ohne Benützung der Speicher.

$$a \cdot b + c \cdot d$$

$a$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">×</div>
$b$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">+</div>
$c$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">×</div>
$d$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">=</div>

Anzeige:

$$a$$

$$a \cdot b$$

$$c$$

$$ab + cd$$

## Multiplikation einer Summe

$(a + b) \cdot c$	$a$	<input data-bbox="370 169 479 228" type="text" value="+"/>	$\dots^1$	Anzeige: $a$
	$b$	<input data-bbox="370 236 479 295" type="text" value=")"/>	<input data-bbox="493 236 602 295" type="text" value="×"/>	$a + b$
	$c$	<input data-bbox="370 304 479 362" type="text" value="="/>		$(a + b)c$

---

$(a - b) : c$	$a$	<input data-bbox="370 393 479 451" type="text" value="-"/>		$a$
	$b$	<input data-bbox="370 460 479 519" type="text" value=")"/>	<input data-bbox="493 460 602 519" type="text" value=":"/>	$a - b$
	$c$	<input data-bbox="370 527 479 586" type="text" value="="/>		$(a - b)/c$

## Produkt von Summen

$(a + b)(c + d)$	$a$	<input data-bbox="370 673 479 732" type="text" value="+"/>		$a$
	$b$	<input data-bbox="370 740 479 799" type="text" value=")"/>	<input data-bbox="493 740 602 799" type="text" value="×"/>	$a + b$
	$c$	<input data-bbox="370 808 479 866" type="text" value="+"/>	<input data-bbox="613 740 722 799" type="text" value="("/>	$c$
	$d$	<input data-bbox="370 875 479 934" type="text" value="="/>	$\dots^2$	$(a + b)(c + d)$

---

$(a + b)(c + d)(e - f)$	$a$	<input data-bbox="199 1014 308 1073" type="text" value="+"/>		$a$
	$b$	<input data-bbox="199 1081 308 1140" type="text" value=")"/>	<input data-bbox="319 1081 427 1140" type="text" value="×"/>	$a + b$
	$c$	<input data-bbox="199 1149 308 1207" type="text" value="+"/>		$c$
	$d$	<input data-bbox="199 1216 308 1275" type="text" value=")"/>	<input data-bbox="319 1216 427 1275" type="text" value="×"/>	$(a + b)(c + d)$
	$e$	<input data-bbox="199 1283 308 1342" type="text" value="-"/>		$e$
	$f$	<input data-bbox="199 1350 308 1409" type="text" value="="/>	$\dots^2$	$(a + b)(c + d)(e - f)$

---

<sup>1</sup> Auch   $a$   kann getastet werden.

<sup>2</sup> Die fehlende rechte Klammer muß nicht gesetzt werden, denn  setzt alle zur Vervollständigung der Rechnung notwendigen Klammern und schließt alle Rechnungen ab.

## BEISPIELE

1. 
$$\begin{array}{r} 111 \\ 46,7 - 28,2 \end{array}$$

111

46.7

28.2

6.

2. 
$$\frac{(3,18 - 0,63)(2,74 + 6,4)}{19(5,43 - 6,02 + 0,11)}$$

3.18

.63

2.74

6.4

19

5.43

6.02

.11

-2.556

3. 
$$\begin{array}{r} 23,8 + 72,5 \\ 403 - \frac{2040}{1,14 + 2,77} \end{array}$$

23.8

72.5

403

2040

1.14

2.77

-0.8110



## ÜBUNGEN

$$5.01. 42,28 + 84,15 - 62,38 + 59,52 - 46,12 = \dots\dots\dots$$

$$5.02. 0,3193 + 0,7801 + 0,4973 - 1,635 = \dots\dots\dots$$

$$5.03. 0,966 \cdot 0,717 \cdot 5,086 \cdot (-0,0649) = \dots\dots\dots$$

$$5.04. 514,6 \cdot 8,423 \cdot (-0,11) \cdot 11,91 \cdot (-6146) = \dots\dots\dots$$

$$5.05. \frac{7,7 \cdot 62,94}{10,42} = \dots\dots\dots \quad 5.06. \frac{14,28 \cdot 10^{-4} \cdot 40,72}{7,813 \cdot 10^5} = \dots\dots\dots$$

$$5.07. \frac{2,12}{6,13 \cdot 8,7} = \dots\dots\dots \quad 5.08. \frac{4630}{70,2 \cdot 3,91} = \dots\dots\dots$$

$$5.09. 9,2 \cdot (-18,9) : (-6,17) = \dots\dots\dots \quad 5.10. 1000 : (635,9 \cdot 0,9397) = \dots\dots\dots$$

$$5.11. \frac{763 \cdot 5,37 \cdot 0,0673}{2\,150\,000 \cdot 0,000\,059} = \dots\dots\dots \quad 5.12. \frac{0,004\,25 \cdot 33,4 \cdot 432}{1021 \cdot 0,789 \cdot 24,7} = \dots\dots\dots$$

$$5.13. (92,2 - 53,9) \cdot 4806 = \dots\dots\dots \quad 5.14. 47\,260 \cdot 0,0295 + 6691 = \dots\dots\dots$$

$$5.15. \frac{5,568 + 6,819}{5,988 \cdot 10^{-8}} = \dots\dots\dots \quad 5.16. \frac{3,281}{33,05} - 0,5444 = \dots\dots\dots$$

$$5.17. 1840 - 20,2 \cdot 28,4 = \dots\dots\dots \quad 5.18. 5,064 \cdot 10^{14} (77,65 + 9,965) = \dots\dots\dots$$

$$5.19. 7,532 - \frac{96,9 \cdot 58,37}{616,2} = \dots\dots\dots \quad 5.20. \frac{2,165 \cdot 10^5}{632,2 - 468,9 + 559,8} = \dots\dots\dots$$

$$5.21. 2,569 \cdot 77,62 - \frac{716,6}{99,65} + 1,62 \cdot 5,194 \cdot 0,89 = \dots\dots\dots$$

$$5.22. \frac{4566 - 6104}{(0,4181 + 0,4067)(0,0426 - 0,8799)} = \dots\dots\dots$$

$$5.23. 41,61 - 6,03 \left( 7,593 + \frac{73,82}{6,869} \right) = \dots\dots\dots$$

$$5.24. 7,656 \cdot 10^5 \left( 5,61 + \frac{484}{1210 - 2005} \right) = \dots\dots\dots$$

$$5.25. 8647 : [4873 + 18(2,37 - 56,01)] = \dots\dots\dots$$

$$5.26. 16,38 - \frac{0,923}{0,126 - \frac{5637}{6824}} = \dots\dots\dots$$

$$5.27. \frac{8,345 \cdot 10^{-12}}{9,66 \cdot 10^5 + \frac{6,61 \cdot 10^4}{8,5 \cdot 10^{-3} - 9,09 \cdot 10^{-2}}} = \dots\dots\dots$$

## 6. Funktionen in einer Variablen

Das Drücken der Funktionstaste bewirkt die Berechnung des Funktionswerts der angezeigten Zahl.

Alle anderen Speicher bleiben unverändert.

*Beachte:* Bei den Beispielen und Übungen dieses Abschnitts geben wir jeweils 4 geltende Ziffern an!

### 6.1. Kehrwert $1/x$

#### BEISPIELE

1.	$1 : 495,87$	495.87	$\ast 1/x$		0.002017
2.	$1 : 5,13 \cdot 10^{-7}$	5.13	EE	$+/-$	
		7	$\ast 1/x$		1.949 06
3.	$5,12 + \frac{1}{23,95}$	5.12	+		
		23.95	$\ast 1/x$	=	5.162
4.	$\frac{1}{\frac{1}{18,5} + \frac{1}{53,9}}$	18.5	$\ast 1/x$	+	
		53.9	$\ast 1/x$	=	$\ast 1/x$ 13.77

#### ÜBUNGEN

- 6.01.  $1/6,092$  ..... 6.02.  $1/0,001\,942$  .....
- 6.03.  $1/(16,32 \cdot 10^{-3})$  ..... 6.04.  $1/(3,1967 \cdot 10^5)$  .....
- 6.05.  $\frac{1}{46,2} - \frac{1}{50,9} + \frac{1}{72,8} - \frac{1}{11,5}$  .....
- 6.06.  $\frac{1}{x} = \frac{1}{6,17} - \frac{1}{8,12} + \frac{1}{9,32} - \frac{1}{3,12}$   $x =$  .....
- 6.07.  $\frac{1}{y} = \frac{1}{1732} + \frac{1}{1912} + \frac{1}{1617} + \frac{1}{1238}$   $y =$  .....
- 6.08.  $\frac{1}{R} = \frac{1}{5,2 \cdot 10^6} + \frac{1}{12,3 \cdot 10^6}$   $R =$  .....

## 6.2. Quadratzahl $x^2$

### BEISPIELE

1.	$0,083^2$	.083	$x^2$		<b>0.006889</b>
2.	$1 : 3,81^2$	3.81	$x^2$	$* 1/x$	<b>0.06889</b>
3.	$5 + 0,91^2$	5	+		
		.91	$x^2$	=	<b>5.828</b>
4.	$17,2^2 : 0,18^2$	17.2	:		
		.18	=	$x^2$	<b>9131.</b>
5.	$3,495^4$	3.495	$x^2$	$x^2$	<b>149.2</b>

### ÜBUNGEN

- |  |  |
|--|--|
| 6.09. $1,763^2 =$ .....                | 6.10. $0,743^2 =$ .....                |
| 6.11. $(4,16 \cdot 10^{-4})^2 =$ ..... | 6.12. $(2,11 \cdot 10^{13})^2 =$ ..... |
| 6.13. $39,17 + 6,03^2 =$ .....         | 6.14. $2,18 - 0,92^2 =$ .....          |
| 6.15. $17,8^2 \cdot 63,92 =$ .....     | 6.16. $8,34 : 4,32^2 =$ .....          |
| 6.17. $16,3^2 + 8,2^2 =$ .....         | 6.18. $19,35^2 : 7,32^2 =$ .....       |
| 6.19. $(6,38 \cdot 0,192)^4 =$ .....   | 6.20. $12,3 + (37,2 - 8,37)^2 =$ ..... |

6.3.    Quadratwurzel     $\sqrt{x}$

BEISPIELE

1.	$\sqrt{0,8926}$	.8926	<div>* <math>\sqrt{x}</math></div>			0.9448
2.	$1 : \sqrt{219,2}$	219.2	<div>* <math>\sqrt{x}</math></div>	<div>* <math>1/x</math></div>		0.06754
3.	$6,92 - \sqrt{54,3}$	6.92	<div>—</div>			
		54.3	<div>* <math>\sqrt{x}</math></div>	<div>=</div>		—0.4489
4.	$\sqrt{12,5^2 + 6,9^2}$	12.5	<div><math>x^2</math></div>	<div>+</div>		
		6.9	<div><math>x^2</math></div>	<div>=</div>	<div>* <math>\sqrt{x}</math></div>	14.28
5.	$\sqrt[8]{0,1}$	.1	<div>* <math>\sqrt{x}</math></div>	<div>* <math>\sqrt{x}</math></div>	<div>* <math>\sqrt{x}</math></div>	0.7499

ÜBUNGEN

6.21.	$\sqrt{0,008\,52} =$ .....	6.22.	$\sqrt{193\,816} =$ .....
6.23.	$\sqrt[4]{0,1985} =$ .....	6.24.	$\sqrt[16]{309,17} =$ .....
6.25.	$16,7 + \sqrt{412,3} =$ .....	6.26.	$9,82 - \sqrt{193,5} =$ .....
6.27.	$8,12 \cdot \sqrt{91,8} =$ .....	6.28.	$3,19^2 : \sqrt{34,7} =$ .....
6.29.	$\sqrt{14,3 + 2,12} =$ .....	6.30.	$\sqrt{173,2 : 9,17} =$ .....
6.31.	$\sqrt{16,72 : \sqrt{2,167}} =$ .....	6.32.	$\sqrt{19,85} - \sqrt{85,19} =$ .....
6.33.	$\sqrt{46,1^2 + 17,2^2} =$ .....	6.34.	$\sqrt{9,17 - 3,18 \cdot \sqrt{0,34}} =$ .....
6.35.	$1 : \sqrt{212,3} =$ .....	6.36.	$1 : \sqrt[4]{\pi} =$ .....

6.4.    Kreiszahl     $\pi$

BEISPIELE

1.

$3,76 \pi$

3.76

×

$\ast \pi$

=

11.81

2.

$19,8^2 \cdot \pi$

19.8

$x^2$

×

$\ast \pi$

=

1232.

3.

$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{12,3}{9,81}}$

12.3

:

=

$\ast \sqrt{x}$

:

2

:

$\ast \pi$

=

0.1782

ÜBUNGEN

6.37.

$13,7^2 \pi =$

6.38.

$0,182^2 \frac{\pi}{4} =$

6.39.

$17,8 \pi =$

6.40.

$397,2 : \pi =$

6.41.

$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{19,4}{87,5}} =$

6.42.

$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{0,081}{0,92^2}} =$

6.43.

$4 \pi \cdot 10^{-7} =$

6.44.

$\frac{95,08}{4 \pi \cdot 3,15^2} =$

Berechne den *Flächeninhalt* des Kreises.

6.45.

$r = 9,4 \text{ m}$

$A =$

6.46.

$r = 0,82 \text{ m}$

$A =$

6.47.

$d = 3,92 \text{ dm}$

$A =$

6.48.

$d = 152 \text{ mm}$

$A =$

cm<sup>2</sup>

Berechne den *Rauminhalt* und die *Oberfläche* der Kugel.

$V = \frac{4\pi}{3} r^3; \quad A_O = 4\pi r^2$

6.49.

$r = 4,3 \text{ dm}$

$V =$

$A_O =$

6.50.

$d = 7,2 \text{ cm}$

$V =$

$A_O =$

Berechne den *Durchmesser* des Kreises.

6.51.

$A = 17,2 \text{ cm}^2$

$d =$

6.52.

$u = 49,5 \text{ dm}$

$d =$

Berechne die *Masse* des Rundstabs aus Stahl ( $\rho = 7,85 \text{ kg/dm}^3$ ).

6.53.

$d = 15 \text{ mm}; \quad l = 870 \text{ mm}$

$m =$

kg

6.54.

$d = 35 \text{ mm}; \quad l = 58 \text{ cm}$

$m =$

dag

# 6.5. Exponentialfunktion $e^x$

## BEISPIELE

1.	$e^{-2,163}$	2.163	<div>+/-</div>	<div><math>e^x</math></div>	0.1150
2.	$5 : e^{0,724}$	5	<div>:</div>		
		.724	<div><math>e^x</math></div>	<div>=</div>	2.424
3.	$\ln x = -1,234$ $(x = e^{-1,234})$	1.234	<div>+/-</div>	<div><math>e^x</math></div>	0.2911

## ÜBUNGEN

- 6.55.  $e =$  ..... 6.56.  $e^{0,832} =$  .....
- 6.57.  $e^{-1,12} =$  ..... 6.58.  $e^{-0,195} =$  .....
- 6.59.  $3,8 \cdot e^{3,4} =$  ..... 6.60.  $e^{-3,12} : 0,085 =$  .....
- 6.61.  $3,19 + e^{0,872} =$  ..... 6.62.  $-e^{-1,23} + 1,23 =$  .....
- 6.63.  $e^{3,12 \cdot 6,18} =$  ..... 6.64.  $e^{-1,23^2} =$  .....
- 6.65. Bei logarithmischen Spiralen gilt:  $A = \frac{C^2}{4a} (e^{2a \varphi_2} - e^{2a \varphi_1})$   
 Berechne  $A$ , wenn  $\varphi_1 = 0$ ,  $\varphi_2 = 2\pi$ ,  $a = 0,25$  und  $C = 1,5$  ist.
- 6.66. Ein Lederriemen umschlingt eine Stahlscheibe. Der Umschlingungswinkel beträgt  $160^\circ$ . Wie groß muß bei  $\mu = 0,28$  eine Kraft  $S_2$  sein, um ein Gewicht  $S_1 = 1500 \text{ N}$  gleichförmig zu heben?  
 Es gilt:  $S_2 = S_1 e^{\mu \cdot \text{arc} \alpha}$  ( $\text{arc} \alpha = \widehat{\alpha}$ )

## 6.6. Exponentialfunktion $10^x$

### BEISPIELE

1.	$10^{-2,164}$	2.164	<div>+/-</div>	<div><math>\cdot 10^x</math></div>	0.006855
2.	$10^{0,27} : 13,92$	.27	<div><math>\cdot 10^x</math></div>	<div>:</div>	
		13.92	<div>=</div>		0.1338
3.	$\lg x = 0,345 - 2$ ( $x = 10^{0,345-2}$ )	.345	<div>-</div>		
		2	<div>=</div>	<div><math>\cdot 10^x</math></div>	0.02213

### ÜBUNGEN

- 6.67.  $10^{-3,175} = \dots\dots\dots$
- 6.68.  $10^{4,152} = \dots\dots\dots$
- 6.69.  $\lg x = -8,172$   
 $x = \dots\dots\dots$
- 6.70.  $\lg x = 3,1987$   
 $x = \dots\dots\dots$
- 6.71.  $6,74 \cdot 10^{2,128} = \dots\dots\dots$
- 6.72.  $19,8^2 : 10^{-1,276} = \dots\dots\dots$
- 6.73.  $5,13 - 10^{0,827} = \dots\dots\dots$
- 6.74.  $\sqrt{8,92} - 5 \cdot 10^{-0,923} = \dots\dots\dots$
- 6.75.  $10^{2,9-3} \cdot 0,875 = \dots\dots\dots$
- 6.76.  $3,2 \cdot e^{4,32} - \sqrt{5,76} \cdot 10^{1,819} = \dots\dots\dots$

6.7. Natürlicher Logarithmus  $\ln x$

Argument:  $x > 0$                       Es gilt:  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$

BEISPIELE

1.	$\ln 6,195$	6.195	<div>ln x</div>	1.824
2.	$17,2 \cdot \ln 4,32$	17.2	<div>×</div>	
		4.32	<div>ln x</div>	<div>=</div> 25.17
3.	$6,4^2 \cdot \ln 15,2 - 3,6 \cdot \ln 0,32$	6.4	<div>x<sup>2</sup></div>	<div>×</div>
		15.2	<div>ln x</div>	<div>—</div>
		3.6	<div>×</div>	
		.32	<div>ln x</div>	<div>=</div> 115.6
4.	$\log_2 412,5$	412.5	<div>ln x</div>	<div>:</div>
		2	<div>ln x</div>	<div>=</div> 8.688
5.	$16,52^x = 9,825$	9.825	<div>ln x</div>	<div>:</div>
	$x = \frac{\ln 9,825}{\ln 16,52}$	16.52	<div>ln x</div>	<div>=</div> 0.8147



## ÜBUNGEN

$$6.77. \ln 418 = \dots\dots\dots 6.78. \log_5 1,596 = \dots\dots\dots$$

$$6.79. \ln 0,0891 = \dots\dots\dots 6.80. \log_4 0,1 = \dots\dots\dots$$

$$6.81. 6,9 + 5 \ln 1,23 = \dots\dots\dots 6.82. \ln 19,3 - \frac{6,7}{\ln 0,82} = \dots\dots\dots$$

$$6.83. \ln \frac{46,9}{6,8 - 0,92} = \dots\dots\dots 6.84. \ln \sqrt{\frac{32,7}{1 - e^{-0,22}}} = \dots\dots\dots$$

$$6.85. 2,873^x = 0,841 \quad x = \dots\dots\dots$$

$$6.86. 8^{x-0,16} = 45,3 \quad x = \dots\dots\dots$$

$$6.87. C = \frac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\ln \frac{a}{r}} \cdot l$$

Berechne die Kapazität  $C$  für  
 $\varepsilon_r = 1,008 \quad l = 530 \text{ cm}$   
 $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$   
 $a = 32 \text{ cm} \quad r = 0,8 \text{ cm}$

$$6.88. f = \frac{1}{RC \ln \frac{U - U_L}{U - U_z}}$$

Berechne die Kippfrequenz  $f$  für  
 $R = 20 \Omega \quad C = 0,2 \mu\text{F}$   
 $U = 200 \text{ V} \quad U_z = 90 \text{ V} \quad U_L = 70 \text{ V}$

6.89. Wie viele Sekunden nach dem Einschalten erreicht der Strom in einer Spule mit  $R = 25 \Omega$  und  $L = 1,5 \text{ H}$  die Hälfte seines Endwerts?

Es gelten die Beziehungen:  $i = I(1 - e^{-t/T})$ ;  $T = \frac{L}{R}$

6.90. Die barometrische Höhenformel lautet:

$$p = p_0 e^{-0,0001251h} \quad h \dots \text{Höhe in m}$$

Bei welcher Höhe beträgt der Luftdruck 30% von  $p_0$ ?

6.8. Zehnerlogarithmus lgx

Argument:  $x > 0$                       Es gilt:  $\log_a x = \frac{\lg x}{\lg a}$

BEISPIELE

1.	$\lg 782,3$	782.3	<div>*log</div>		2.893
2.	$4,16 \cdot \lg 0,76$	4.16	<div>×</div>		
		.76	<div>*log</div>	<div>=</div>	-0.4958
3.	$\log_6 413$	413	<div>*log</div>	<div>:</div>	
		6	<div>*log</div>	<div>=</div>	3.362
4.	$5^{\lg x} = 9$	9	<div>*log</div>	<div>:</div>	
	$\lg x = \frac{\lg 9}{\lg 5}$	5	<div>*log</div>	<div>=</div>	
	$x = 10^{\lg 5}$		<div>*10<sup>x</sup></div>		23.19

ÜBUNGEN





6.91. $\lg 43,19 =$ .....	6.92. $\lg 0,0892 =$ .....
6.93. $\log_5 1,596 =$ .....	6.94. $\log_4 0,1 =$ .....
6.95. $\lg 4,19 \cdot 3,17 =$ .....	6.96. $\lg 2,17^2 \cdot \sqrt{9,85} =$ .....
6.97. $\lg x = 0,7853 - 2$ $x =$ .....	6.98. $\log_7 y = 0,681 - 3$ $y =$ .....
6.99. $2^{\lg 1,5} x = 3,6$ $x =$ .....	6.100. $\alpha = (1 + 0,345 \cdot \lg 3400) 0,82^4$ $\alpha =$ .....

# 6.9.    Kreisfunktionen

Winkel können in	Betriebszustand
dezimalunterteilten Altgraden ( $1 \text{ }^{\circ} = 90^{\circ}$ )	<b>D</b>
Radianen ( $1 \text{ }^{\circ} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ )	<b>R</b>
Neugraden ( $1 \text{ }^{\circ} = 100^{\circ}$ )	<b>G</b>

verarbeitet werden.

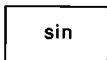
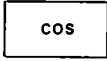
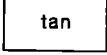
Wahlmöglichkeiten:

	Betriebszustand <b>D</b>
	Betriebszustand <b>G</b>
	Umschaltung auf den Betriebszustand <b>R</b>
	Abschaltung des Betriebszustandes <b>R</b>

*Beachte:* Bei der Berechnung von Kreisfunktionswerten werden Winkel  $\geq 3,6 \cdot 10^{14}$  Grad als 0 Grad interpretiert.

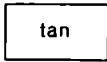
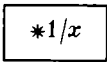
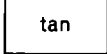
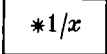
## BEISPIELE

### Betriebszustand D

1.	$\sin 30^{\circ}$	30		0.5
2.	$\cos 162,8^{\circ}$	162.8		-0.9553
3.	$\tan 312,9^{\circ}$	312.9		-1.076

Zur Berechnung des **Kotangens** verwendet man die Beziehung:

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} \quad (x \neq n \cdot 180^{\circ})$$

4.	$\cot 17^{\circ}$	17			3.271
5.	$\cot 270,2^{\circ}$	270.2			-0.003491

**Betriebszustand R**

6.	$\sin 0,8$	.8	<div>sin</div>	<b>0.7174</b>	
7.	$\cos 1,12$	1.12	<div>cos</div>	<b>0.4357</b>	
8.	$\tan (-0,87)$	.87	<div>+/-</div>	<div>tan</div>	<b>-1.185</b>
9.	$\cot 1,81$	1.81	<div>tan</div>	<div>* 1/x</div>	<b>-0.2439</b>

**Betriebszustand G**

10.	$\sin 82,51^\circ$	82.51	<div>sin</div>	0.9625	
11.	$\cos 212,8^\circ$	212.8	<div>cos</div>	-0.9799	
12.	$\tan 372,5^\circ$	372.5	<div>tan</div>	-0.4610	
13.	$\cot 122,3^\circ$	122.3	<div>tan</div>	<div>*1/x</div>	-0.3654

**ÜBUNGEN**

- |   |   |
|---|---|
| <b>6.101.</b> $\sin 6,9^\circ =$ .....              | <b>6.102.</b> $\sin 217,6^\circ =$ .....                |
| <b>6.103.</b> $\cos 87,5^\circ =$ .....             | <b>6.104.</b> $\cos 265,9^\circ =$ .....                |
| <b>6.105.</b> $\tan 39,4^\circ =$ .....             | <b>6.106.</b> $\tan 350,2^\circ =$ .....                |
| <b>6.107.</b> $\cot 83,6^\circ =$ .....             | <b>6.108.</b> $\cot 217,8^\circ =$ .....                |
| <b>6.109.</b> $\sin 0,423 =$ .....                  | <b>6.110.</b> $\sin (-0,329) =$ .....                   |
| <b>6.111.</b> $\cos 0,871 =$ .....                  | <b>6.112.</b> $\cos 18,4 =$ .....                       |
| <b>6.113.</b> $\tan 0,172 =$ .....                  | <b>6.114.</b> $\tan 3,192 =$ .....                      |
| <b>6.115.</b> $\cot 1,729 =$ .....                  | <b>6.116.</b> $\cot 28,19 =$ .....                      |
| <b>6.117.</b> $5,3 \sin 24,5^\circ =$ .....         | <b>6.118.</b> $2,8 \sin^2 0,842 =$ .....                |
| <b>6.119.</b> $\sqrt{6,92} - 3,8 \tan 1,28 =$ ..... | <b>6.120.</b> $9,5 \sin (2,8 \cdot 4,2 + 0,72) =$ ..... |

## 6.10. Arkusfunktionen

### BEISPIELE

#### Betriebszustand D

1. $\arcsin 0,14$	.14	INV	sin				<b>8.048</b>
2. $\arccos (-0,928)$	.928	+/-	INV	cos			<b>158.1</b>
3. $\arctan 5,23$	5.23	INV	tan				<b>79.18</b>
4. $\operatorname{arccot} (-2,17)$	2.17	+/-	$*1/x$	INV	tan		<b>-24.74</b>

#### Betriebszustand R

5. $\arcsin 0,14$	.14	INV	sin				<b>0.1405</b>
6. $\arccos (-0,928)$	.928	+/-	INV	cos			<b>2.760</b>
7. $\arctan 5,23$	5.23	INV	tan				<b>1.382</b>
8. $\operatorname{arccot} (-2,17)$	2.17	+/-	$*1/x$	INV	tan		<b>-0.4318</b>

#### Betriebszustand G

9. $\arcsin 0,14$	.14	INV	sin				<b>8.942</b>
10. $\arccos (-0,928)$	.928	+/-	INV	cos			<b>175.7</b>
11. $\arctan 5,23$	5.23	INV	tan				<b>87.97</b>
12. $\operatorname{arccot} (-2,17)$	2.17	+/-	$*1/x$	INV	tan		<b>-27.49</b>

### ÜBUNGEN

Altgrad

Radiant

6.121.  $\arcsin 0,17 =$

6.122.  $\arcsin 1,2 \cdot 10^{-4} =$

6.123.  $\arcsin (-0,9972) =$

6.124.  $\arccos 0,24 =$

6.125.  $\arccos (5,7 \cdot 10^{-4}) =$

6.126.  $\arccos (-0,845) =$

6.127.  $\arctan 19,83 =$

6.128.  $\arctan (-184,5) =$

6.129.  $\operatorname{arccot} 2,483 =$

6.130.  $\operatorname{arccot} (3,12 \cdot 10^{-3}) =$

Mit Hilfe der Kreisfunktionstasten können auch Winkleinheiten  $\alpha \in [-\underline{b}, \underline{b}]$  (ohne Einfluß auf Speicherregister oder unvollständige Operationen) von einem System in ein anderes umgerechnet werden.

$\alpha^{\circ} \rightarrow \widehat{\alpha}:$	$\alpha^{\circ}$	D	sin	*RAD	INV	sin	$\widehat{\alpha}$
$\alpha^{\circ} \rightarrow \alpha^g:$	$\alpha^{\circ}$	D	sin	G	INV	sin	$\alpha^g$
$\widehat{\alpha} \rightarrow \alpha^{\circ}:$	$\widehat{\alpha}$	*RAD	sin	INV	*RAD		
				D	INV	sin	$\alpha^{\circ}$
$\widehat{\alpha} \rightarrow \alpha^g:$	$\widehat{\alpha}$	*RAD	sin	INV	*RAD		
				G	INV	sin	$\alpha^g$
$\alpha^g \rightarrow \alpha^{\circ}:$	$\alpha^g$	G	sin	D	INV	sin	$\alpha^{\circ}$
$\alpha^g \rightarrow \widehat{\alpha}:$	$\alpha^g$	G	sin	*RAD	INV	sin	$\widehat{\alpha}$

### 6.11. Absolutwertfunktion $|x|$

\* |x|

berechnet  $|x| = \begin{cases} x & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ -x & \text{für } x < 0 \end{cases}$

BEISPIELE

1.

9.8

\* |x|

9.8

2.

0

\* |x|

0.

3.

9.8

+/-

\* |x|

9.8

### 6.12. Integerfunktion Int

\*Int

 erzeugt den ganzzahligen Teil der angezeigten Zahl.

BEISPIELE

1.

2.5

+/-

\*Int

-2.

2.

123.78

EE

=

1.2378 02

\*Int

.

1.23 02

INV

\*Int

löscht den ganzzahligen Teil der angezeigten Zahl, erzeugt somit den Bruchteil der angezeigten Zahl.

BEISPIELE

1.

2.5

+/-

INV

\*Int

-0.5

2.

123.78

EE

=

1.2378 02

INV

\*Int

7.8—01

7. **Potenzfunktion  $y^x$  und Wurzelfunktion  $\sqrt[x]{y}$**

$y^x$

berechnet  $y^x = \begin{cases} \exp(x \cdot \ln y) & \text{für } y > 0 \\ 0 & \text{für } y = 0 \wedge x > 0 \\ 1 & \text{für } y = 0 \wedge x = 0 \end{cases}$

$*\sqrt[x]{y}$

berechnet  $\sqrt[x]{y} = \begin{cases} \exp\left(\frac{\ln y}{x}\right) & \text{für } y > 0 \wedge x \neq 0 \\ 0 & \text{für } y = 0 \wedge x > 0 \end{cases}$

Beachte: Nach  $\sqrt[x]{\phantom{0}}$  wirken

SUM

wie

INV

SUM

\*PROD

wie

INV

\*PROD

BEISPIELE

1.  $13,2^5$

13.2

$y^x$

=

400746.42

---

2.  $3 + 5^3$

3

+

5

$y^x$

3

=

128.

---

3.  $4 \cdot 5^3$

4

$\times$

5

$y^x$

3

=

500.

---

4.  $5 - \sqrt[3]{2}$

5

-

2

$*\sqrt[x]{y}$

3

=

3.7401



5.  $4^5 \cdot \sqrt[8]{7}$

4	<div><math>y^x</math></div>
5	<div><math>\times</math></div>
7	<div><math>* \sqrt[x]{y}</math></div>
6	<div><math>=</math></div>

1416.3

6.  $3 \cdot 2^5 - 7 \cdot \sqrt[3]{6}$

3	<div><math>\times</math></div>
2	<div><math>y^x</math></div>
5	<div><math>-</math></div>
7	<div><math>\times</math></div>
6	<div><math>* \sqrt[x]{y}</math></div>
3	<div><math>=</math></div>

83.28

ÜBUNGEN

7.01.  $6,83^5 =$  .....

7.02.  $16,8^4 =$  .....

7.03.  $0,091^3 =$  .....

7.04.  $291,5^3 =$  .....

7.05.  $16,72^{3,4} =$  .....

7.06.  $172,9^{1,4} =$  .....

7.07.  $7,82^{0,75} =$  .....

7.08.  $3524^{0,12} =$  .....

7.09.  $6,54 \cdot 91,2^{0,4} =$  .....

7.10.  $17,3 : 3,2^{4,2} =$  .....

7.11.  $\sqrt[5]{0,072} =$  .....

7.12.  $\sqrt[4]{185,34} =$  .....

7.13.  $\sqrt[3]{724,8} =$  .....

7.14.  $\sqrt[3]{0,1} =$  .....

7.15.  $6,2^3 \cdot 4,5^4 =$  .....

7.16.  $9,8^5 : 3,4^4 =$  .....

7.17.  $37,9 \cdot \sqrt[3]{102,8} =$  .....

7.18.  $\sqrt[3]{0,0845} : 6,19 =$  .....

7.19.  $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{4} =$  .....

7.20.  $\frac{6,91 \cdot 7,22^{2,8}}{\sqrt[3]{22,1} - \sqrt{1,15}} =$  .....

## 8. Weitere eingebaute Funktionen

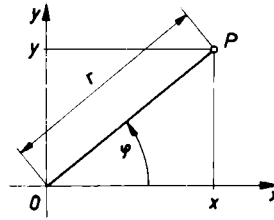
### 8.1. Polarkoordinaten

$$\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{R}: (\varphi; r) \rightarrow (x; y)$$

$$x = r \cos \varphi$$

$$y = r \sin \varphi = x \tan \varphi$$

$$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{P}: (x; y) \rightarrow (\varphi; r)$$



$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{x}{\cos \varphi}$$

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x}$$

$$-\underline{b} \leq \varphi \leq \underline{b}$$

...<sup>1</sup>

Mit dem SR-56 können wir diese Umrechnungen mit Hilfe der Umwandlungs-

tafeln  $\boxed{*f(n)}$   $\boxed{\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{R}}$  und  $\boxed{*f(n)}$   $\boxed{\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{P}}$  durchführen, wobei auf den Winkelmodus und die Belegung von  $\mathbf{R}_8$  und  $\mathbf{R}_9$  zu achten ist!

$$\begin{array}{llllll} \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{R}: & r & \boxed{x \leftrightarrow t} & & & \\ & \varphi & \boxed{*f(n)} & \boxed{\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{R}} & y & \boxed{x \leftrightarrow t} \quad x \quad \dots^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{llllll} \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{P}: & x & \boxed{x \leftrightarrow t} & & & \\ & y & \boxed{*f(n)} & \boxed{\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{P}} & \varphi & \boxed{x \leftrightarrow t} \quad r \quad \dots^3 \end{array}$$

**Beachte:** Wir erhalten Polwinkel in folgendem Bereich:

$$-90^\circ \leq \varphi < 270^\circ \quad \text{Betriebszustand D}$$

$$-100^\circ \leq \varphi < 300^\circ \quad \text{Betriebszustand G}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi < \frac{3\pi}{2} \quad \text{Betriebszustand R}$$

<sup>1</sup> *Beachte:*  $(0; 0) \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$

<sup>2</sup>  $\mathbf{R}_9 = x$   $\mathbf{R}_8 = y$

<sup>3</sup>  $\mathbf{R}_9 = r$   $\mathbf{R}_8 = \varphi$

## BEISPIELE

1.  $\varphi = 60^\circ; \quad r = 10$

2.  $\varphi = 120^\circ; \quad r = 10$

3.  $x = 5; \quad y = 10$

4.  $x = -2; \quad y = 6$

5.  $x = -3; \quad y = -12$

6.  $x = 4; \quad y = -7$

7.  $\varphi = 0,34; \quad r = 8$

8.  $\varphi = 5,13; \quad r = 3$

9.  $x = 12,7; \quad y = 7,12$

$x = 5; \quad y = 8,66$

$x = -5; \quad y = 8,66$

$\varphi = 63,43^\circ; \quad r = 11,18$

$\varphi = 108,43^\circ; \quad r = 6,325$

$\varphi = 255,96^\circ; \quad r = 12,37$

$\varphi = -60,26^\circ; \quad r = 8,062$

$x = 7,542; \quad y = 2,668$

$x = 1,217; \quad y = -2,742$

$\varphi = 0,511 \text{ rad}; \quad r = 14,56$

## ÜBUNGEN

8.01.  $\varphi = 46,5^\circ; \quad r = 19,5$

$x = \quad y = \dots\dots\dots$

8.02.  $\varphi = 23,7^\circ; \quad r = 4,2$

$x = \quad y = \dots\dots\dots$

8.03.  $\varphi = 312^\circ; \quad r = 12,7$

$x = \dots\dots\dots y = \dots\dots\dots$

8.04.  $\varphi = 162,8^\circ; \quad r = 47,5$

$x = \dots\dots\dots y = \dots\dots\dots$

8.05.  $\varphi = 217,9^\circ; \quad r = 8,52$

$x = \dots\dots\dots y = \dots\dots\dots$

8.06.  $x = 19,4; \quad y = 13,7$

$\varphi = \dots\dots\dots^\circ \quad r = \dots\dots\dots$

8.07.  $x = 7,83; \quad y = -12,1$

$\varphi = \dots\dots\dots^\circ \quad r = \dots\dots\dots$

8.08.  $x = -9,12; \quad y = 24,7$

$\varphi = \dots\dots\dots^\circ \quad r = \dots\dots\dots$

8.09.  $x = -3,12; \quad y = -12,3$

$\varphi = \dots\dots\dots^\circ \quad r = \dots\dots\dots$

8.10.  $x = 3,9; \quad y = 8,6$

$\varphi = \dots\dots\dots \text{rad} \quad r = \dots\dots\dots$

8.11.  $x = -6,7; \quad y = -7,6$

$\varphi = \dots\dots\dots \text{rad} \quad r = \dots\dots\dots$

8.12.  $x = 9,3; \quad y = -6,1$

$\varphi = \dots\dots\dots \text{rad} \quad r = \dots\dots\dots$

8.13.  $\varphi = 2,81; \quad r = 8,31$

$x = \quad y = \dots\dots\dots$

8.14.  $\varphi = 1,34; \quad r = 1,34$

$x = \quad y = \dots\dots\dots$

8.15.  $\varphi = 3,08; \quad r = 12,9$

$x = \quad y = \dots\dots\dots$

## 8.2. Statistische Maßzahlen

$x_i$     $*f(n)$     $\Sigma +$

bewirkt die Addition von

1    zum Inhalt des Speichers R<sub>7</sub>,  
       dessen Inhalt angezeigt wird,

$x_i$    zum Inhalt des Speichers R<sub>5</sub>,

$x_i^2$  zum Inhalt des Speichers R<sub>6</sub>.

$x_i$     $*f(n)$     $\Sigma -$

löscht die angezeigte Zahl als Datenpunkt, wenn Mittelwert und Standardabweichung ausgerechnet werden.

Diese Taste dient zur Korrektur irrtümlicher Eingaben.

$*f(n)$    Mean   bewirkt die Berechnung von    $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

$*f(n)$    S. Dev.   bewirkt die Berechnung der Standardabweichung einer Stichprobe:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n - 1}}$$

**Beachte:** Vor Beginn der Rechnung müssen die Speicher R<sub>5</sub>, R<sub>6</sub>, R<sub>7</sub> gelöscht werden, z. B. durch  $*CMs$ .

$n$ , die Anzahl der eingegebenen Daten, wird im X-Register angezeigt. Zu jedem Zeitpunkt der Dateneingabe können Mittelwert und Standardabweichung ohne Beeinflussung der bisher gespeicherten Daten abgerufen werden. Danach kann die Dateneingabe fortgesetzt werden.

## BEISPIELE

1. Gegeben:  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = 3$ ;  $x_3 = 5$   
 Gesucht:  $\bar{x}$ ,  $s$   
*Lösung:*  $\bar{x} = 3$ ;  $s = 2$
2. Gegeben:  $x_1 = 5$ ;  $x_2 = 9$ ;  $x_3 = 16$ ;  $x_4 = 17,5$ ;  $x_5 = 23,4$   
 Gesucht:  $\bar{x}$ ,  $s$   
*Lösung:*  $\bar{x} = 14,18$ ;  $s = 7,25$

## ÜBUNGEN

Berechne jeweils den Mittelwert  $\bar{x}$  und die Standardabweichung  $s$ .

8.16. 8,6    8,4    8,1    8,4    8,3    8,2    8,5

8.17. 15,8    15,0    14,6    15,0    15,2    14,6    15,0    15,6

8.18. 

$x_j$		134	136	138	140	142
$f_j$		2	4	8	5	1

 $f_j \dots$  absolute Häufigkeit  
des Merkmals  $x_j$

8.19. 

$x_j$		$5,0 \cdot 10^{-6}$	$5,5 \cdot 10^{-6}$	$6,0 \cdot 10^{-6}$	$6,5 \cdot 10^{-6}$	$7,0 \cdot 10^{-6}$	$7,5 \cdot 10^{-6}$
$f_j$		1	2	4	7	5	2

## 9. Speicher

### 9.1. Grundbegriffe

**Festwertspeicher** (ROM; read only memory)

Sie werden zur Speicherung von Konstanten (z. B.  $\pi$ ) und von Programmen (z. B.:  $\sin x$ ) verwendet.

In einem ROM wird die zu speichernde Information dauerhaft während der Herstellung der Schaltung „eingeschrieben“.

**Schreib-Lese-Speicher** (RAM; random access memory)

In diese Speicher können Informationen eingeschrieben und/oder aus ihnen „gelesen“ werden.

RAMs werden (meistens) beim Abschalten der Stromversorgung gelöscht und müssen dann beim Wiedereinschalten neu belegt werden.

**Register** dienen zur Speicherung von Daten während der Rechenvorgänge.

Speicher, die

- ihren Inhalt so lange bereithalten, wie wir das wünschen,
- uns den Inhalt jederzeit auf Verlangen zur Verfügung stellen,

nennt man **adressierbare Speicher**.

Man benötigt adressierbare Speicher

- zur Speicherung von Eingabewerten, die in ein und derselben Rechnung mehrmals auftreten,
- zur Speicherung von Zwischenergebnissen einer Rechnung, wenn später wieder auf sie zurückgegriffen werden soll.

### 9.2. Speichertasten

Der SR-56 hat 10 adressierbare Speicher. Nach dem STO- bzw. RCL-Befehl muß daher die Speicheradresse  $n$  (0 bis 9) angegeben werden.

STO  $n$ , kurz STO  $n$  geschrieben

Der im X-Register stehende Wert wird — ohne Beeinflussung des Rechengangs — in den Speicher  $n$  übertragen.

X behält seinen Wert, der vorige Inhalt des Speichers  $n$  geht verloren.

**RCL**  **$n$** , kurz **RCL  $n$**  geschrieben

Der im Speicher  $n$  stehende Wert wird in das X-Register gebracht.

Der Wert im Speicher bleibt erhalten, der übertragene Wert wird wie ein Eingabewert behandelt.

**SUM**  **$n$** , kurz **SUM  $n$**  geschrieben

Die angezeigte Zahl (der Inhalt des X-Registers) wird zum Inhalt des Speichers  $n$  addiert. Das Resultat wird im Speicher  $n$  gespeichert.

Dieser Befehl beeinflusst weder den Inhalt des X-Registers noch die laufenden Operationen.

**INV** **SUM**  **$n$** , kurz **INV** **SUM  $n$**  geschrieben

Subtrahiert die angezeigte Zahl, den Inhalt des Registers X, vom Inhalt des Speichers  $n$ . Das Resultat wird im Speicher  $n$  gespeichert.

Dieser Befehl beeinflusst weder den Inhalt des X-Registers noch die laufenden Operationen.

**2nd** **PROD**  **$n$** , kurz **\*PROD  $n$**  geschrieben

Der Inhalt des Speichers  $n$  wird mit der angezeigten Zahl — dem Inhalt des X-Registers — multipliziert. Das Resultat wird im Speicher  $n$  gespeichert.

Dieser Befehl beeinflusst weder den Inhalt des X-Registers noch die laufenden Operationen.

**INV** **2nd** **PROD**  **$n$** , kurz **INV** **\*PROD  $n$**  geschrieben

Dividiert den Inhalt des Speichers  $n$  durch die angezeigte Zahl, den Inhalt des Registers X. Das Resultat wird im Speicher  $n$  gespeichert.

Dieser Befehl beeinflusst weder den Inhalt des X-Registers noch die laufenden Operationen.

**2nd** **EXC**  **$n$** , kurz **\*EXC  $n$**  geschrieben

Durch diesen Austauschbefehl wird die angezeigte Zahl (der Inhalt des X-Registers) mit dem Inhalt des Speichers  $n$  vertauscht.

Laufende Operationen werden durch diesen Befehl nicht beeinflusst.

**2nd** **CMs**, kurz **\*CMs** geschrieben

Mit diesem Befehl werden alle 10 Speicher gelöscht.

## 10. Lösungen zu den Übungen

<b>2.01.</b> $1,245 \cdot 10^2$	<b>2.02.</b> $1,7 \cdot 10^{-1}$	<b>2.03.</b> $3,0070 \cdot 10^4$	<b>2.04.</b> $-5,1 \cdot 10^6$
<b>2.05.</b> $8,143 \cdot 10^{-4}$	<b>2.06.</b> $-5,185 \cdot 10^0$	<b>2.07.</b> $-3,592 \cdot 10^{10}$	<b>2.08.</b> $2,732 \cdot 10^{-7}$
<b>2.09.</b> $8,43 \cdot 10^6$	<b>2.10.</b> $2,5 \cdot 10^{-5}$	<b>2.11.</b> $6,4 \cdot 10^5$	<b>2.12.</b> $-4,967 \cdot 10^{-3}$
<b>2.13.</b> 2500	<b>2.14.</b> 0,067	<b>2.15.</b> -960 000 000	<b>2.16.</b> -0,000 029
<b>2.17.</b> 49 000	<b>2.18.</b> 2100	<b>2.19.</b> 0,006 391	<b>2.20.</b> -5 500 000
<b>3.01.</b> 17,25	<b>3.02.</b> 191,84	<b>3.03.</b> -2,85	<b>3.04.</b> 135,25
<b>3.05.</b> 10,70	<b>3.06.</b> 31 885,33	<b>3.07.</b> 383,08	<b>3.08.</b> 278,04
<b>3.09.</b> -0,70	<b>3.10.</b> -5,02	<b>3.11.</b> 193,30	<b>3.12.</b> -362,26
<b>3.13.</b> -184,04	<b>3.14.</b> -40,69	<b>3.15.</b> -0,66	<b>3.16.</b> -16,27
<b>5.01.</b> 77,45	<b>5.02.</b> -0,038 30	<b>5.03.</b> -0,2286	
<b>5.04.</b> $3,490 \cdot 10^7$	<b>5.05.</b> 46,51	<b>5.06.</b> $7,442 \cdot 10^{-8}$	
<b>5.07.</b> $3,975 \cdot 10^{-2}$	<b>5.08.</b> 16,87	<b>5.09.</b> 28,18	
<b>5.10.</b> 1,673	<b>5.11.</b> 2,174	<b>5.12.</b> $3,082 \cdot 10^{-3}$	
<b>5.13.</b> $1,841 \cdot 10^5$	<b>5.14.</b> 8085	<b>5.15.</b> $2,069 \cdot 10^8$	
<b>5.16.</b> -0,4451	<b>5.17.</b> 1266	<b>5.18.</b> $4,437 \cdot 10^{16}$	
<b>5.19.</b> -1,647	<b>5.20.</b> 299,4	<b>5.21.</b> 199,7	
<b>5.22.</b> 2227	<b>5.23.</b> -68,98	<b>5.24.</b> $3,829 \cdot 10^6$	
<b>5.25.</b> 2,213	<b>5.26.</b> 17,70	<b>5.27.</b> $5,094 \cdot 10^{-17}$	
<b>6.01.</b> 0,1641	<b>6.02.</b> 514,9	<b>6.03.</b> 61,27	<b>6.04.</b> $3,128 \cdot 10^{-6}$
<b>6.05.</b> -0,071 22	<b>6.06.</b> -5,737	<b>6.07.</b> 395,8	<b>6.08.</b> $3,655 \cdot 10^6$
<b>6.09.</b> 3,108	<b>6.10.</b> 0,5520	<b>6.11.</b> $1,731 \cdot 10^{-7}$	<b>6.12.</b> $4,452 \cdot 10^{26}$
<b>6.13.</b> 75,53	<b>6.14.</b> 1,334	<b>6.15.</b> $2,025 \cdot 10^4$	<b>6.16.</b> 0,4469
<b>6.17.</b> 332,9	<b>6.18.</b> 6,988	<b>6.19.</b> 2,252	<b>6.20.</b> 843,5
<b>6.21.</b> 0,092 30	<b>6.22.</b> 440,2	<b>6.23.</b> 0,6675	<b>6.24.</b> 1,431
<b>6.25.</b> 37,01	<b>6.26.</b> -4,090	<b>6.27.</b> 77,80	<b>6.28.</b> 1,727
<b>6.29.</b> 4,052	<b>6.30.</b> 4,346	<b>6.31.</b> 2,778	<b>6.32.</b> -4,775
<b>6.33.</b> 49,20	<b>6.34.</b> 2,705	<b>6.35.</b> 0,068 63	<b>6.36.</b> 0,7511



<b>6.37.</b> 589,6	<b>6.38.</b> 0,026 02	<b>6.39.</b> 55,92	<b>6.40.</b> 126,4
<b>6.41.</b> 0,074 94	<b>6.42.</b> 0,049 24	<b>6.43.</b> $1,257 \cdot 10^{-6}$	<b>6.44.</b> 0,7625
<b>6.45.</b> 277,6 m <sup>2</sup>	<b>6.46.</b> 2,112 m <sup>2</sup>	<b>6.47.</b> 12,07 dm <sup>2</sup>	<b>6.48.</b> 181,5
<b>6.49.</b> 333,0 dm <sup>3</sup>	232,4 dm <sup>3</sup>	<b>6.50.</b> 195,4 cm <sup>3</sup>	162,9 cm <sup>3</sup>
<b>6.51.</b> 4,680 cm		<b>6.52.</b> 15,76 dm	
<b>6.53.</b> 1,21		<b>6.54.</b> 438	
<b>6.55.</b> 2,718	<b>6.56.</b> 2,298	<b>6.57.</b> 0,3263	<b>6.58.</b> 0,8228
<b>6.59.</b> 113,9	<b>6.60.</b> 0,5195	<b>6.61.</b> 5,582	<b>6.62.</b> 0,9377
<b>6.63.</b> $2,365 \cdot 10^8$		<b>6.64.</b> 0,2203	
<b>6.65.</b> $A = 49,82$		<b>6.66.</b> $S_2 = 3280 \text{ N}$	
<b>6.67.</b> $6,683 \cdot 10^{-4}$		<b>6.68.</b> $1,419 \cdot 10^4$	
<b>6.69.</b> $6,730 \cdot 10^{-9}$		<b>6.70.</b> 1580	
<b>6.71.</b> 905,0	<b>6.72.</b> 7402	<b>6.73.</b> $-1,584$	<b>6.74.</b> 2,390
<b>6.75.</b> 1,884	<b>6.76.</b> 82,40		
<b>6.77.</b> 6,035	<b>6.78.</b> 0,2905	<b>6.79.</b> $-2,418$	<b>6.80.</b> $-1,661$
<b>6.81.</b> 7,935	<b>6.82.</b> 36,72	<b>6.83.</b> 2,076	<b>6.84.</b> 2,555
<b>6.85.</b> $-0,1641$	<b>6.86.</b> 1,994	<b>6.87.</b> $C = 40 \text{ pF}$	<b>6.88.</b> $f = 1,5 \text{ MHz}$
<b>6.89.</b> $t = 41,6 \text{ ms}$	<b>6.90.</b> $h = 9620 \text{ m}$		
<b>6.91.</b> 1,635	<b>6.92.</b> $-1,050$	<b>6.93.</b> 0,2905	<b>6.94.</b> $-1,661$
<b>6.95.</b> 1,972	<b>6.96.</b> 2,112	<b>6.97.</b> 0,061 00	<b>6.98.</b> 0,010 97
<b>6.99.</b> 46,98	<b>6.100.</b> 1,003		
<b>6.101.</b> 0,1201	<b>6.102.</b> $-0,6101$		
<b>6.103.</b> 0,043 62	<b>6.104.</b> $-0,071 50$	<b>6.105.</b> 0,8214	<b>6.106.</b> $-0,1727$
<b>6.107.</b> 0,1122	<b>6.108.</b> 1,289	<b>6.109.</b> 0,4105	<b>6.110.</b> $-0,3231$
<b>6.111.</b> 0,6441	<b>6.112.</b> 0,9006	<b>6.113.</b> 0,1737	<b>6.114.</b> 0,050 45
<b>6.115.</b> $-0,1595$	<b>6.116.</b> $-11,83$	<b>6.117.</b> 2,198	<b>6.118.</b> 1,558
<b>6.119.</b> $-10,07$	<b>6.120.</b> $-0,8195$		
<b>6.121.</b> 9,788	0,1708	<b>6.122.</b> $6,875 \cdot 10^{-3}$	$1,200 \cdot 10^{-4}$
<b>6.123.</b> $-85,71$	$-1,496$	<b>6.124.</b> 76,11	1,328
<b>6.125.</b> 89,97	1,570	<b>6.126.</b> 147,7	2,577
<b>6.127.</b> 87,11	1,520	<b>6.128.</b> $-89,69$	$-1,565$
<b>6.129.</b> 21,94	0,3829	<b>6.130.</b> 89,82	1,568

<b>6.131.</b> $-12,25$	<b>6.132.</b> $1,857$	<b>6.133.</b> $-1,000$	<b>6.134.</b> $-1,481$
<b>6.135.</b> $-2,272$	<b>6.136.</b> $2,668$	<b>6.137.</b> $-1,179$	<b>6.138.</b> $1,629$
<b>7.01.</b> $1,486 \cdot 10^4$	<b>7.02.</b> $7,966 \cdot 10^4$	<b>7.03.</b> $7,536 \cdot 10^{-4}$	<b>7.04.</b> $2,477 \cdot 10^7$
<b>7.05.</b> $1,442 \cdot 10^4$	<b>7.06.</b> $1358$	<b>7.07.</b> $4,676$	<b>7.08.</b> $2,665$
<b>7.09.</b> $39,77$	<b>7.10.</b> $0,1307$	<b>7.11.</b> $0,5908$	<b>7.12.</b> $3,690$
<b>7.13.</b> $8,983$	<b>7.14.</b> $0,4642$	<b>7.15.</b> $9,773 \cdot 10^4$	<b>7.16.</b> $676,4$
<b>7.17.</b> $177,5$	<b>7.18.</b> $0,070\ 89$	<b>7.19.</b> $1,903$	<b>7.20.</b> $1010$
<b>8.01.</b> $13,42$	$14,14$	<b>8.02.</b> $3,846$	$1,688$
<b>8.03.</b> $8,498$	$-9,438$	<b>8.04.</b> $-45,38$	$14,05$
<b>8.05.</b> $-6,723$	$-5,234$	<b>8.06.</b> $35,23$	$23,75$
<b>8.07.</b> $-57,09$	$14,41$	<b>8.08.</b> $110,27$	$26,33$
<b>8.09.</b> $255,77^\circ$	$12,69$	<b>8.10.</b> $1,145$	$9,443$
<b>8.11.</b> $3,990$	$10,13$	<b>8.12.</b> $-0,5805$	$11,12$
<b>8.13.</b> $-7,857$	$2,705$	<b>8.14.</b> $0,3065$	$1,304$
<b>8.15.</b> $-12,88$	$0,794$		
<b>8.16.</b> $\bar{x} = 8,357$	$s = 0,172$	<b>8.17.</b> $\bar{x} = 15,10$	$s = 0,428$
<b>8.18.</b> $\bar{x} = 137,90$	$s = 2,10$	<b>8.19.</b> $\bar{x} = 6,452 \cdot 10^{-6}$	$s = 6,50 \cdot 10^{-7}$

# Programmierung

Der SR-56 ist nicht nur wegen der vielen eingebauten Funktionen und der 10 adressierbaren Speicher ein leistungsfähiger Taschenrechner. Er ist auch (über die Tastatur) programmierbar.

Der SR-56 kann bis zu 100 Programmschritte speichern.

Er erlaubt die Durchführung von Programmverzweigungen durch bedingte Sprungbefehle.

Darüber hinaus besitzt er zwei sehr wirkungsvolle Schleifenkontrollbefehle.

Vier Unterprogrammebenen erlauben die Bildung anspruchsvoller Programmstrukturen.

## 11. Tasten für die Programmierung

LRN

LEARN-Taste

Schaltet den Rechner in die Betriebsart LEARN oder hebt sie wieder auf.

\*CP

Programmlösch-Taste

Löscht bei manueller Bedienung alle 100 Programmspeicher, das T-Register und die Unterprogrammzählung.

Setzt während des Programmablaufs nur das T-Register auf Null.

R/S

RUN/STOP-Taste

Veranlaßt die Umkehrung von Ablauf/Unterbrechung.

RST

RESET-Taste (Rückstell-Taste)

Stellt das Befehlsadressenregister und die Unterprogrammzählung auf Null.

RST

wirkt nicht auf das T-Register.

SST

SINGLE-STEP-Taste (Einzelschritt vorwärts)

Betriebsart LEARN: Der Inhalt des Befehlsadressenregisters wird um 1 erhöht. Anzeige der nächsten Programmspeicherstelle und des Codes des dort gespeicherten Befehls.

Betriebsart RECHNEN: Ausführung eines Einzelschritts des Programms.

\*bst

BACK-STEP-Taste (Einzelschritt zurück)

Betriebsart LEARN: Der Inhalt des Befehlsadressenregisters wird um 1 vermindert, der entsprechende Programmschritt angezeigt<sup>1</sup>.

\*pause

Pausen-Taste<sup>2</sup>

Während des Programmablaufs bewirkt diese Taste, daß der Wert des Anzeigeregisters etwa eine halbe Sekunde lang angezeigt wird.

<sup>1</sup> Beim Schritt 00 bleibt diese Taste wirkungslos.

<sup>2</sup> Als Programmschritt zur kurzen Anzeige des X-Registerwerts ist **\*pause** einzutasten.

Während des Programmablaufs genügt es, die **:**-Taste zu drücken, also

**\*pause** ohne die Präfix-Taste **2nd**.

**\*NOP**Nulloperations-Taste ...<sup>1</sup>

Dient zur Löschung von ungewollten Befehlen und ermöglicht Intervalle für späteres Einfügen von Befehlen.

 $x \leftrightarrow t$ 

bewirkt den Austausch des Anzeigeregisterwerts  $x$  gegen den Wert des T-Registers.

**GTO**

GO-TO-Taste

Stellt das Befehlsadressenregister auf die GTO unmittelbar folgende Adresse ein.

**\*subr**

Unterprogramm-Taste

*subr		$n$		$n$
-------	--	-----	--	-----

Veranlaßt den Sprung zu dem mit der Adresse  $nn$  beginnenden Unterprogramm.

**\*rtn**

RETURN-Taste

Wirkt im Hauptprogramm wie 

R/S
-----

.

Veranlaßt als letzter Schritt in einem Unterprogramm die Rückgabe der Steuerung an das aufrufende Programm.

*Beachte:* Höchstens 4 Stufen von ineinandergeschachtelten Unterprogrammen sind möglich, andernfalls erfolgt der Rücksprung in die 3. Unterprogrammebene.

**\* $x = t$** 

bewirkt die Abfrage:

Ist der Wert des X-Registers **gleich** dem Wert des T-Registers? ...<sup>2</sup>

**INV****\* $x = t$** 

bewirkt die Abfrage:

Ist der Wert des X-Registers **ungleich** dem Wert des T-Registers? ...<sup>2</sup>

**\* $x \geq t$** 

bewirkt die Abfrage:

Ist der Wert des X-Registers **größer oder gleich** dem Wert des T-Registers? ...<sup>2</sup>

**INV****\* $x \geq t$** 

bewirkt die Abfrage:

Ist der Wert des X-Registers **kleiner** als der Wert des T-Registers? ...<sup>2</sup>

<sup>1</sup> NOP ... No Operation Performed.

<sup>2</sup> JA: Verzweigung zur zweistelligen Adresse  $nn$ , die der Abfrage unmittelbar folgt.

NEIN: Die der Abfrage beigefügte zweistellige Adresse  $nn$  wird übersprungen und das Programm mit dem nächsten Befehl fortgesetzt.

*dsz	n	n
------	---	---

### DECREMENT AND SKIP IF ZERO-Taste (Schleifenkontrolltaste)

bewirkt zunächst

1. a) für  $|R_0| \geq 1$  wird  $|R_0|$  um 1 vermindert<sup>1</sup>,  
b) für  $|R_0| < 1$  wird  $R_0 = 0$  gesetzt,

und **dann** für

2. a)  $R_0 \neq 0$  einen Sprung zu  $nn$ .  
b)  $R_0 = 0$  die Ausführung des auf die Sprung-  
adresse  $nn$  folgenden Befehls.

INV	*dsz	n	n
-----	------	---	---

Verminderung und Überspringen bei Nicht-Null

bewirkt zunächst wie oben 1. und **dann** für

2. a)  $R_0 = 0$  einen Sprung zu  $nn$ .  
b)  $R_0 \neq 0$  die Ausführung des auf die  
Sprungadresse  $nn$  folgenden Be-  
fehls.

## 12. Einfache Programme

Die Programmeingabe erfolgt folgendermaßen:

1. ON Der Rechner wird eingeschaltet<sup>2</sup>.
2. 



 Die Betriebsart LEARN (Aufnahme eines Programms) wird eingeschaltet.
3. Das Programm wird, wie bei manueller Bedienung, eingetastet, wobei für einzugebende Zahlen und für abzulesende Resultate durch 



 ein Programmstop vorzusehen ist<sup>3</sup>.
4. 



 Die Betriebsart LEARN wird abgeschaltet und die Betriebsart RECHNEN eingeschaltet.
5. 



 Das Befehlsadressenregister wird auf die Anfangsstelle 00 gestellt.

Das Programm kann nun ausgeführt werden.

<sup>1</sup> Das Vorzeichen bleibt erhalten!

<sup>2</sup> Das Befehlsadressenregister wird auf die Anfangsstelle 00 gestellt, dies kann auch durch

erreicht werden!

<sup>3</sup> Zur kurzzeitigen Anzeige dient 



.

## BEISPIELE

1. Von einem Kreis ist der Durchmesser  $d$  gegeben.

Es ist ein Programm für die Berechnung des Flächeninhalts  $A$  zu erstellen.

**Schrittweise Lösung:**

1. Die zu verwendende Formel lautet:  $A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$

2. Eingabe:  $d$                       Ausgabe:  $A$

3.            ON

LRN

$x^2$	$\times$	$\pi$	:	4	=
-------	----------	-------	---	---	---

R/S

Das Ergebnis  $A$  soll angezeigt werden.

Für die nächste Berechnung soll  $d$  eingesetzt werden.

RST

Das Befehlsadressenregister soll auf die Anfangsadresse 00 gestellt werden.

LRN

Der Betriebszustand RECHNEN wird eingeschaltet.

4. Wir notieren die Programmdurchführung:

RST	*fix	4
-----	------	---

$d$	R/S	Ausgabe: $A$
-----	-----	--------------

5. Um  $A$  für  $d=10$  und  $d=2,35$  zu berechnen, tasten wir:

	RST	Das Programm wird auf die Anfangsadresse 00 gestellt.
--	-----	---

10	R/S	Das Programm wird mit dem Wert $d=10$ gestartet.
----	-----	--

Das Programm hält mit der Anzeige

78.5398

dem Wert für den Kreisflächeninhalt bei  $d=10$ .

2.35	R/S	Start für $d=2,35$ ... <sup>1</sup>
------	-----	-------------------------------------

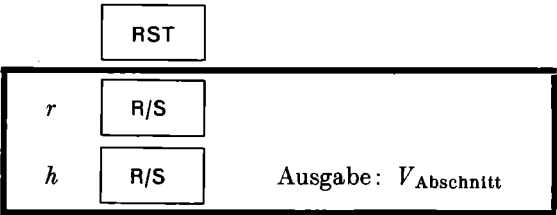
Anzeige: 4.3374

<sup>1</sup> RST ist hier nicht mehr erforderlich, die Rückstellung des Befehlsadressenzählers, also die Einstellung auf den Programmanfang, wird vom Programm veranlaßt.

2. Von einem Kugelabschnitt sind  $r$  und  $h$  gegeben.  
 Es ist ein Programm für die Berechnung des Volumens zu erstellen.

Lösung:

- Es gilt:  $V = \frac{\pi h^2}{3} (3r - h) = \pi h^2 \left( r - \frac{h}{3} \right)$
- Eingabe:  $r, h$   
 Ausgabe:  $V$
- Bedienungsanleitung für die Benützung des Programms:



4. Programm

5. Test<sup>1</sup>

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			r
00 74	-		
01 41	R/S	r	h
02 54	:		
03 32	x↵t		
04 03	3		
05 94	=		
06 64	x		
07 69	*π		
08 64	x		
09 32	x↵t		
10 43	x <sup>2</sup>		
11 94	=		
12 41	R/S	V	
13 42	RST		

für  $r = 2, h = 1$

$$V = \frac{5\pi}{3} = 5,2360$$

<sup>1</sup> \*fix 4



## 13. Redigieren von Programmen

### 13.1. Anzeige der Programmschritte

In der Betriebsart LEARN wird jeweils

die Stellung des Befehlsadreßregisters (durch die ersten beiden Ziffern) und

die gespeicherte Anweisung (durch die letzten beiden Ziffern = Kode) angezeigt.

Die 1. Stelle des zweiziffrigen Kodes gibt die Tastenzeile an.

Die 2. Stelle des zweiziffrigen Kodes gibt die Tastenspalte an.

(1 bis 5 ... Erstfunktionen,

6 bis 0 ... Zweitfunktionen)

#### Erstfunktionen

Spalte \ Zeile	1	2	3	4	5
1	2nd	INV	lnx	$e^x$	CLR
2	LRN	GTO	sin	cos	tan

23  $\triangle$  sinx

#### Zweitfunktionen

Spalte \ Zeile	6	7	8	9	0
1			*log	*10 <sup>x</sup>	
2	*f(n)	*dsz	* x	*Int	*1/x

Beachte: 27  $\triangle$  \*dsz

22  $\triangle$  GTO

Die Codes können -- sofern sie nicht auswendig gewußt werden -- schnell von der Tastatur abgelesen werden.

## 13.2. Single-Step und Backstep

Betriebsart LEARN:

SST

Das Befehlsadressenregister wird um eine Stelle weiterbewegt, ohne Einfluß auf das gespeicherte Programm.

Ein Einzelschritt über die Stelle 99 hinaus schaltet den Rechner in die Betriebsart RECHNEN. ...<sup>1</sup>

\*bst

Das Befehlsadressenregister wird um eine Stelle zurückgestellt, ohne Einfluß auf das gespeicherte Programm. ...<sup>2</sup>

Betriebsart RECHNEN:

SST

veranlaßt die sofortige Ausführung des im Programm an dieser Stelle gespeicherten Programmschritts.

## 13.3. Verwendung des Druckers

### Auflisten eines Programms

1. Betriebsart: RECHNEN

RST

Das Befehlsadressenregister wird in die Anfangsstellung 00 gebracht<sup>3</sup>.

\*list

Das Programm wird ab Zeile 00 aufgelistet.

R/S

beendet das Auflisten<sup>4</sup>.

### Zeilenvorschub (Papiertransport)

In jeder Betriebsart veranlaßt **\*pap** einen Papiervorschub.

In der Betriebsart RECHNEN erfolgt der Papiervorschub, solange die Taste gedrückt wird.

In der Betriebsart RUN veranlaßt die Anweisung **\*pap** den Ausdruck einer Leerzeile.

### Ausdrucken von Daten

In jeder Betriebsart veranlaßt **\*prt** das Ausdrucken des Anzeigeregisterinhalts.

<sup>1</sup> Das Befehlsadressenregister bleibt auf 99.

<sup>2</sup> \*bst beim Schritt 00 bleibt wirkungslos.

<sup>3</sup> Wenn man die Auflistung ab Zeile kl wünscht, so drückt man statt **RST** die

Tastenfolge:

GTO

k

I

<sup>4</sup> Wird **R/S** nicht gedrückt, so endet die Auflistung beim Schritt 99.

## 13.4. Einfügen eines Befehls

Im Programm

```

.....
10 RCL
11 4
12 sin
13 ×
14 RCL
15 2
.....

```

ist nach RCL 4 der Befehl  
\*prt einzufügen.

*Lösung:*

Betriebsart: RECHNEN

1. 

GTO
-----

1
---

2
---

2. 

LRN
-----

3. Eintasten von

*prt
------

 , 

sin
-----

 , 

×
---

 , 

RCL
-----

 , 

2
---

und der folgenden Programmschritte

4. 

LRN
-----

*Beachte:* Beim SR-56 gibt es keinen Einfügebefehl mit automatischem Weiter-  
rücken der folgenden Befehle.

Neues Programm:

```

10 RCL
11 4
12 *prt
13 sin
14 ×
15 RCL
16 2
17 .....

```

## 13.5. Löschen eines nicht mehr benötigten Befehls

Im Programm

```

.....
10 RCL
11 4
12 *prt
13 sin
.....

```

ist der Befehl: 12 \*prt  
zu löschen

*Lösung:*

Betriebsart: RECHNEN

1. 

GTO
-----

1
---

2
---

2. 

LRN
-----

3. 

*NOP
------

 ...<sup>1</sup>

4. 

LRN
-----

Neues Programm:

```

.....
10 RCL
11 4
12 *NOP
13 sin
.....

```

<sup>1</sup> Der Befehl \*prt wird durch die Nulloperation ersetzt.

## 13.6. Ersetzen eines Befehls

Im Programm

```
.....
30  sin
31  ×
32  RCL
.....
```

ist der in der Zeile 30 stehende Befehl `sin` durch den Befehl `cos` zu ersetzen.

*Lösung:*

Betriebsart: RECHNEN

1. 

GTO
-----

3
---

0
---
2. 

LRN
-----
3. 

cos
-----
4. 

LRN
-----

Neues Programm:

```
.....
30  cos
31  ×
32  RCL
.....
```

## 13.7. Anzeige eines Befehls

Betriebsart: RECHNEN

1. 

GTO
-----

3
---

1
---
2. 

LRN
-----

bewirkt die Anzeige des im Speicherplatz 31 stehenden Programmschritts.

## 14. Sprungbefehle

Im allgemeinen werden die Programmschritte in der Reihenfolge ihrer Eingabe durchgeführt. Mit Hilfe von Sprungbefehlen kann eine andere Reihenfolge herbeigeführt werden.

Man unterscheidet

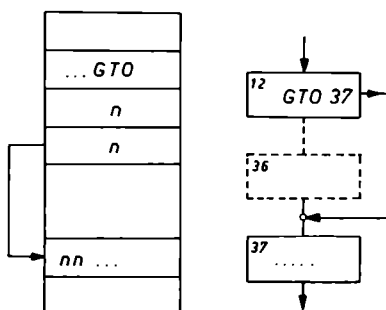
- unbedingte Sprungbefehle und
- bedingte Sprungbefehle.

### 14.1. Unbedingter Sprungbefehl GO-TO

In der Betriebsart RUN bewirkt der Befehl

**GTO *nn* ,**

daß mit dem an der Stelle *nn* stehenden Befehl fortgesetzt wird.



*Beachte:* Im Hauptprogramm entspricht GTO 00 dem Befehl RST.

Mit Hilfe des GTO-Befehls können Programmteile mehrmals durchlaufen werden. Man bezeichnet solche Programmteile als „Schleifen“.

## BEISPIEL

Es ist ein Programm für die Berechnung von

$$y = \sin(2x + a) \text{ mit } x=0; \quad 0,1; \quad 0,2;$$

zu erstellen.

Programm ...<sup>1</sup>

Kode	Taste	Aus- gabe	Ein- gabe
			a
00 38	*CMs		
01 79	*RAD		
02 49	*fix		
03 04	4		
04 97	*prt	a	
05 33	STD		
06 00	0		
07 98	*pap		
08 34	RCL		
09 01	1		
10 97	*prt	x	
11 64	x		
12 02	2		
13 84	+		
14 34	RCL		
15 00	0		
16 94	=		
17 23	sin		
18 97	*prt	y	
19 92	.		
20 01	1		
21 35	SUM		
22 01	1		
23 22	GTO		
24 00	0		
25 07	7		

## Programmdurchführung

a

RST

R/S

Der Abbruch des Programms

erfolgt mit

R/S

Ausgabe für  $a=0,15$

0.1500      PRT

0.0000      PRT

0.1494      PRT

0.1000      PRT

0.3429      PRT

0.2000      PRT

0.5227      PRT

0.3000      PRT

0.6816      PRT

0.4000      PRT

0.8134      PRT

0.5000      PRT

0.9128      PRT

0.6000      PRT

0.9757      PRT

0.7000      PRT

0.9998      PRT

0.8000      PRT

0.9840      PRT

<sup>1</sup> Wenn kein Drucker zur Verfügung steht, sind

\*pap durch \*NOP

und \*prt durch R/S zu ersetzen.

## 14.2. Bedingte Sprungbefehle (Verzweigungen)

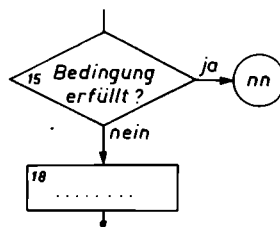
Mit Hilfe von bedingten Sprungbefehlen kann man den Ablauf eines Programms so steuern, wie es die Logik des Programms erfordert.

Jeder bedingte Sprungbefehl veranlaßt den Rechner zu untersuchen, ob die gestellte Bedingung erfüllt ist.

Form der Verzweigung<sup>1</sup>:

```

.....
15  Bedingung
16      n
17      n
18  Befehl
19  .....
```



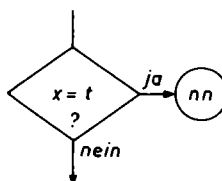
Wenn die Bedingung erfüllt ist, so erfolgt ein Sprung zu *nn*.

(*nn* ist die zweistellige Adresse, die der Bedingung unmittelbar folgt.)

Wenn die Bedingung nicht erfüllt ist, so wird die der Bedingung folgende Sprungadresse *nn* übergangen und der nächste Befehl ausgeführt.

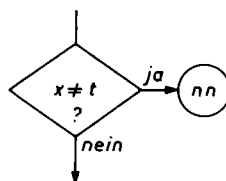
Beim SR-56 bewirken alle bedingten Sprungbefehle einen Vergleich der Inhalte des X-Registers und des T-Registers<sup>2</sup>.

$*x = t$       *nn*



Wenn  $x = t$  ist, erfolgt ein Sprung zu *nn*, andernfalls wird mit dem nächsten Befehl fortgesetzt.

INV     $*x = t$       *nn*



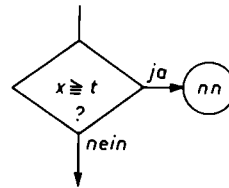
Wenn  $x \neq t$  ist, so erfolgt ein Sprung nach *nn*, andernfalls wird mit dem nächsten Befehl fortgesetzt.

<sup>1</sup> Die beim SR-56 übliche Form entspricht der BASIC-Anweisung:

IF *Bedingung* THEN *nn*

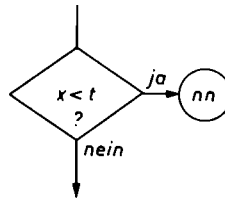
<sup>2</sup> Die Register werden mit den Großbuchstaben X und T bezeichnet, ihre jeweiligen Inhalte mit den Kleinbuchstaben *x* und *t*.

$*x \geq t$       *nn*



Wenn  $x \geq t$  ist, so erfolgt ein Sprung nach *nn*, andernfalls wird mit dem nächsten Befehl fortgesetzt.

INV       $*x \geq t$       *nn*



Wenn  $x < t$  ist, so erfolgt ein Sprung nach *nn*, andernfalls wird mit dem nächsten Befehl fortgesetzt.

## BEISPIELE

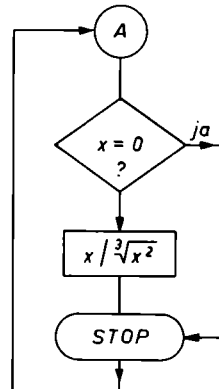
1. Es ist ein Programm für die Berechnung von  $\sqrt[3]{x}$  zu erstellen.

*Lösung:*

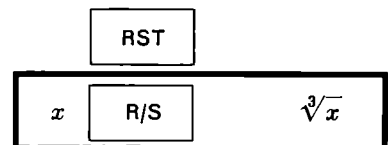
$$\sqrt[3]{x} = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt[3]{x^2}} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

### Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			x
00 56	*CP		
01 37	*x=t		
02 00	0		
03 09	9		
04 54	:		
05 43	x <sup>2</sup>		
06 40	* $\sqrt[3]{y}$		
07 03	3		
08 94	=		
09 41	R/S	$\sqrt[3]{x}$	
10 42	RST		



### Programmdurchführung



### Test

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

$$\sqrt[3]{0} = 0$$



2. Es ist ein Programm für die Berechnung von

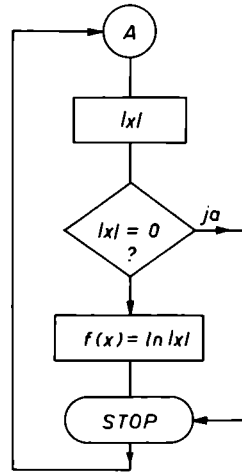
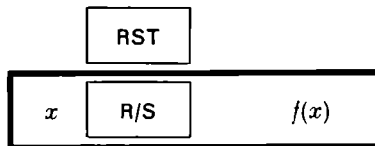
$$f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ \ln(-x) & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

zu erstellen.

Lösung:

			x
00	28	*I×I	
01	56	*CP	
02	37	**x=t	
03	00	0	
04	06	6	
05	13	lnx	
06	41	R/S	f(x)
07	42	RST	

Programmdurchführung



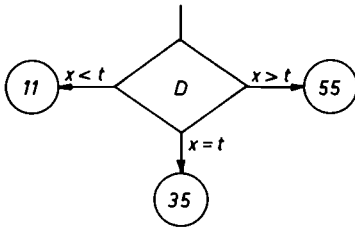
Test<sup>1</sup>

$$f(10) = 2,30259$$

$$f(0) = 0$$

$$f(-2) = 0,69315$$

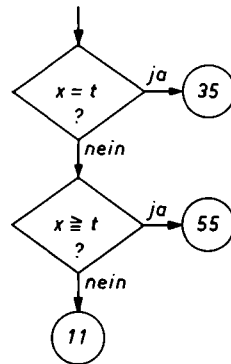
3. Die Dreiwegeverzweigung



Lösungsvariante:

04	..	...		
05	37	**x=t		
06	03	3		
07	05	5		
08	47	**x≥t		
09	05	5		
10	05	5		
11	..	...		

ist zu realisieren.



<sup>1</sup> \*fix 5

# 14.3. Schleifenkontrollbefehle

## Dekrement und Überspringen bei Null

\*dsz

nn

bewirkt zunächst für

- $|R_0| \geq 1$  die Verminderung von  $|R_0|$  um 1, ...<sup>1</sup>
- $|R_0| < 1$  das Setzen von  $R_0 = 0$ ,

und dann für

- $R_0 \neq 0$  einen Sprung zu  $nn$ ,
- $R_0 = 0$  das Übergehen der Sprungadresse  $nn$ .  
Der auf die Sprungadresse  $nn$  folgende Befehl wird ausgeführt.

Test für den Befehl \*dsz:

00	33	STO			k
01	00	0			
02	34	RCL			
03	00	0			
04	41	R/S	Ro		
05	27	*dsz			
06	00	0			
07	02	2			
08	05	5			
09	05	5			
10	41	R/S	55		
11	42	RST			

R <sub>0</sub>	4	2.5	0	−3.2
	4.	2.5	0.	−3.2
	3.	1.5	55	−2.2
	2.	0.5		−1.2
	1.	55		−0.2
	55			55

## Dekrement und Überspringen bei Nicht-Null

INV

\*dsz

nn

bewirkt zunächst für

- $|R_0| \geq 1$   $|R_0| := |R_0| - 1$  ...<sup>1</sup>
- $|R_0| < 1$   $R_0 := 0$

und dann für

- $R_0 = 0$  einen Sprung zu  $nn$ .
- $R_0 \neq 0$  das Übergehen der Sprungadresse  $nn$ .  
Der auf die Sprungadresse  $nn$  folgende Befehl wird ausgeführt.

Test für INV \*dsz:

00	33	STO			k
01	00	0			
02	34	RCL			
03	00	0			
04	41	R/S	Ro		
05	12	INV			
06	27	*dsz			
07	00	0			
08	02	2			
09	05	5			
10	05	5			
11	41	R/S	55		
12	42	RST			

R <sub>0</sub>	4	2.5	0	−3.2
	4.	2.5	0.	−3.2
	55	55	0.	55
			0.	

<sup>1</sup> Das Vorzeichen bleibt erhalten.

## 15. Programmierung von Schleifen

Mit dem SR-56 kann man Schleifen bequem mit Hilfe des \*dsz-Befehls und/oder bedingter Sprungbefehle programmieren.

In diesem Abschnitt wird ein Überblick über das Programmieren von Schleifen geboten.

Wir unterscheiden:

a) **Induktive Schleifen (Zählergesteuerte Schleifen)**

Ein Zähler kontrolliert die vorgegebene Anzahl der Schleifendurchläufe.

b) **Sukzessive Schleifen**

Die Schleife wird so lange durchlaufen, bis eine Datenendbedingung<sup>1</sup> erfüllt ist.

### 15.1. Induktive Schleifen

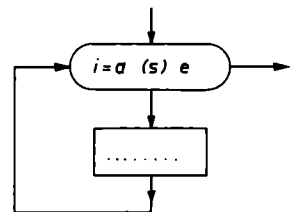
Wir unterscheiden

- **Zählschleifen**

Die Schleifenvariable dient ausschließlich zur Steuerung der Schleife.

- **Wertschleifen**

Die Werte der Schleifenvariablen werden auch in der Schleife zu Berechnungen verwendet.



*i* Schleifenvariable  
*a* Anfangswert  
*e* Endwert  
*s* Schrittweite

$i = a (s) e$  bedeutet:

Beim 1. Durchlauf wird die Schleifenvariable  $i$  mit dem Anfangswert  $a$  belegt.

Beim 2. Durchlauf wird  $i$  mit  $a + s$  belegt.

Beim 3. Durchlauf wird  $i$  mit  $a + 2s$  belegt, usw.

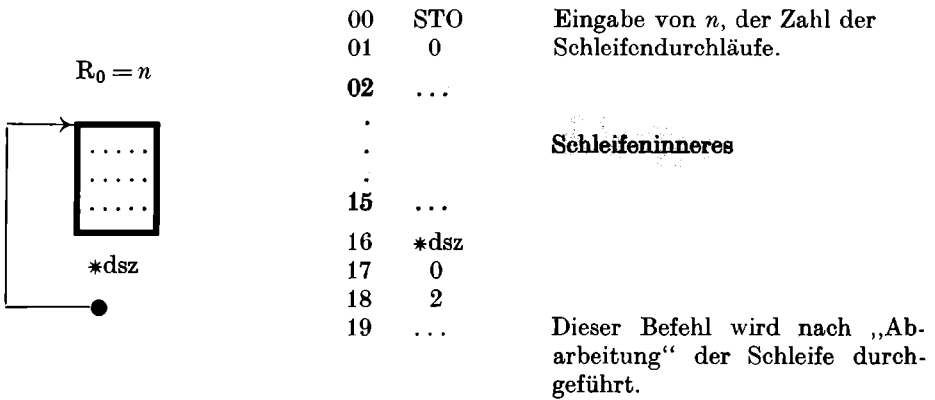
Wenn der Wert der Schleifenvariablen größer wird als der Endwert  $e$ , dann wird der der Schleife im Programm folgende Befehl durchgeführt.

Für  $i = a (1) e$  schreibt man kürzer:  $i = a, e$

<sup>1</sup> Zum Beispiel:  $|f(x)| < \epsilon$

# Zählschleifen

$$\begin{array}{ccc}
 \text{bzw.} & \boxed{i = 1, \quad n} & \text{bzw.} & \boxed{i = n \quad (-1) \quad 1} \\
 & & & \\
 \text{bzw.} & \boxed{i = 0, \quad n - 1} & \text{bzw.} & \boxed{i = n - 1 \quad (-1) \quad 0}
 \end{array}$$



## BEISPIEL

Für die Anzahl der Variationen ohne Wiederholung von  $n$  Elementen zur  $k$ -ten Klasse gilt:

$$V(n; k) = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)$$

Wir erkennen, daß der Rechtsterm aus  $k$  Faktoren besteht, von denen jeder (mit Ausnahme des ersten) um 1 kleiner ist als sein linker Nachbar.

Wir speichern

- $k$ , die Anzahl der Schleifendurchgänge, in  $R_0$ .
- $n$  in  $R_1$ .
- 1, den Anfangswert von  $V(n; k)$ , in  $R_2$ .

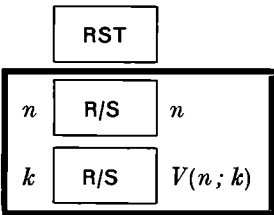
Es gilt dann:

$$\begin{array}{l}
 R_2 := R_2 \cdot R_1 \\
 R_1 := R_1 - 1
 \end{array}
 \quad
 \left\{
 \begin{array}{ll}
 R_2 = n & R_1 = n - 1 \\
 R_2 = n(n - 1) & R_1 = n - 2 \\
 R_2 = n(n - 1)(n - 2) & R_1 = n - 3 \\
 \dots\dots\dots & \dots\dots\dots
 \end{array}
 \right.$$

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Ein- gabe
			n
00 33	STD		
01 01	1		
02 41	R/S	n	k
03 33	STD		
04 00	0		
05 01	1		
06 33	STD		
07 02	2		
08 34	RCL		
09 01	1		
10 30	*PRD		
11 02	2		
12 01	1		
13 12	INV		
14 35	SUM		
15 01	1		
16 27	*dsz		
17 00	0		
18 08	8		
19 34	RCL		
20 02	2		
21 41	R/S		
22 42	RST	V(n;k)	

Programmdurchführung



Zahlenbeispiel:

$V(4;2) = 4 \cdot 3 = 12$

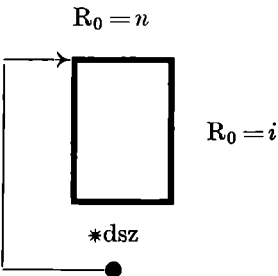
Die Variationen der Elemente 1, 2, 3, 4 zur 2. Klasse lauten:

12	21	31	41
13	23	32	42
14	24	34	43

Wertschleifen

$i = n \quad (-1) \quad 1$

$$n \in \mathbb{N} \quad \dots^1$$



Während des gesamten Durchlaufs einer Schleife steht der Wert  $i$  in  $R_0$  zur Verfügung.

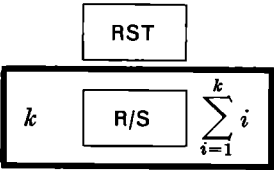
BEISPIELE

1. Es ist ein Programm zu erstellen für die Berechnung der Summe der ersten  $k$  natürlichen Zahlen.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			$k$
00 33	STD		
01 00	0		
02 15	CLA		
03 84	+		
04 34	RCL		
05 00	0		
06 27	*dsz		
07 00	0		
08 03	3		
09 94	=		
10 97	*prt	Summe	
11 41	R/S		
12 42	RST		

Programmdurchführung



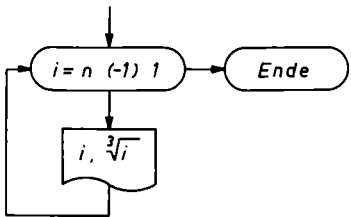
Der Test mit  $k = 10$  ergibt die

Ausgabe:

55.

<sup>1</sup>  $n \in \mathbb{N}$  bedeutet:  $n$  ist eine natürliche Zahl.

2. Die Kubikwurzeln der ersten  $n$  natürlichen Zahlen sind zu berechnen.



**Programmdurchführung**

RST

$n$

R/S

**Programm**

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			$n$
00	33	STO	
01	00	0	
02	34	RCL	
03	00	0	
04	97	*prt	$i$
05	40	* $\sqrt[3]{y}$	
06	03	3	
07	94	=	
08	97	*prt	$\sqrt[3]{i}$
09	98	*pap	
10	27	*dsz	
11	00	0	
12	02	2	
13	41	R/S	1
14	42	RST	

Der Test mit  $n=5$  ergibt:

5.	PRT
1.709975947	PRT
4.	PRT
1.587401052	PRT
3.	PRT
1.44224957	PRT
2.	PRT
1.25992105	PRT
1.	PRT
1.	PRT

3. Es ist ein „Lehrerprogramm“ für die Berechnung von  $y = \sqrt[n]{a+bx}$   $x = 1, 2, 3, \dots, n$  zu schreiben, wobei  $x$  die Katalognummer ist.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
00 34	RCL		
01 00	0		
02 97	*prt	x	
03 64	x		
04 34	RCL		
05 02	2		
06 84	+		
07 34	RCL		
08 01	1		
09 94	=		
10 97	*prt	a+bx	
11 48	*√x		
12 48	*√x		
13 97	*prt	$\sqrt[n]{a+bx}$	
14 98	*pap		
15 27	*dsz		
16 00	0		
17 00	0		
18 41	R/S	$\sqrt[n]{a+b}$	
19 42	RST		

Programmdurchführung

$n$

STO 0

$a$

STO 1

$b$

STO 2

RST

R/S

Ausgabe für  $n = 5$ ;     $a = 0,003\ 634$   
 $b = 0,000\ 127$

5.	PRT
0.004269	PRT
.2556121767	PRT
4.	PRT
0.004142	PRT
.2536895182	PRT
3.	PRT
0.004015	PRT
.2517221239	PRT
2.	PRT
0.003888	PRT
0.249707487	PRT
1.	PRT
0.003761	PRT
.2476428728	PRT



4. Es ist ein „Lehrerprogramm“ zu erstellen für die Berechnung von rechtwinkligen Dreiecken, bei denen

$$a = a^* + 0,37 \cdot K$$

$K$  ... Katalognummer

$$b = b^* + 0,21 \cdot K$$

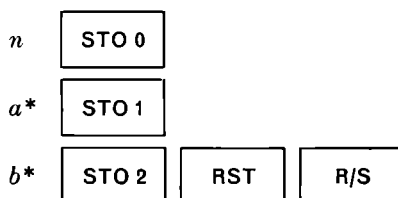
gegeben und  $a$ ,  $b$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$ ,  $c$  mit drei Nachkommastellen auszudrucken sind.

#### Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31	23	sin		
				32	12	INV		
				33	24	cos		
				34	97	*prt	$\alpha$	
00	34	RCL		35	32	$\times \Rightarrow t$		
01	00	0		36	97	*prt	$c$	
02	49	*fix		37	98	*pap		
03	00	0		38	27	*dsz		
04	97	*prt	K	39	00	0		
05	64	$\times$		40	00	0		
06	92	.		41	41	R/S		
07	03	3		42	42	RST		
08	07	7						
09	84	+						
10	34	RCL						
11	01	1						
12	94	=						
13	49	*fix						
14	03	3						
15	97	*prt	$a$					
16	32	$\times \Rightarrow t$						
17	34	RCL						
18	00	0						
19	64	$\times$						
20	92	.						
21	02	2						
22	01	1						
23	84	+						
24	34	RCL						
25	02	2						
26	94	=						
27	97	*prt	$b$					
28	26	*f(n)						
29	03	R→P						
30	97	*prt	$\beta$					

#### Programmdurchführung

##### Schalterstellung D



**Ausgabe** für  $n=2$ ,  $a^*=3$ ,  $b^*=4$

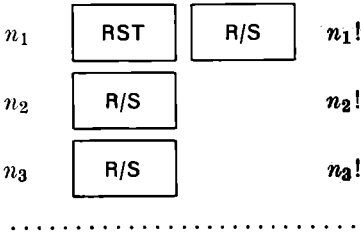
2.	PRT
3.740	PRT
4.420	PRT
49.764	PRT
40.236	PRT
5.790	PRT
1.	PRT
3.370	PRT
4.210	PRT
51.324	PRT
38.676	PRT
5.393	PRT

5. Es ist ein Programm zu erstellen für die Berechnung von  $n!$  für  $n \in \mathbb{N} \wedge n \leq 69$ .

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			$n_1$
00 33	STD		
01 00	0		
02 34	RCL		
03 00	0		
04 64	x		
05 27	*dsz		
06 00	0		
07 02	2		
08 01	1		
09 94	=		
10 41	R/S	$n_1!$	
11 42	RST		

Programmdurchführung



*Beachte:* Mit \*dsz 02 wird die in  $R_0$  gespeicherte Zahl um 1 verringert und so lange die Produktbildung durchgeführt, bis  $R_0 = 0$  ist.

6. Das Programm 5 ist folgendermaßen zu ergänzen:

- a)  $0! = 1$  soll berechnet werden.
- b) Bei Zahlen, für die  $(x \in \mathbb{N}_0 \wedge x \leq 69)$  nicht erfüllt ist, soll die Anzeige neunmal blinken und dann die Zahl, die nicht verarbeitet wird, fest anzeigen.

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Ein-gabe	31 07	7		
				32 00	0		
				33 94	=		
			x	34 47	$*x \geq t$		
00 56	*CP			35 01	1		
01 37	$*x=t$			36 01	1		
02 04	4			37 34	RCL		
03 03	3			38 00	0		
04 33	STO			39 64	x		
05 00	0			40 27	$*dsz$		
06 33	STO			41 03	3		
07 01	1			42 07	7		
08 47	$*x \geq t$			43 01	1		
09 02	2			44 94	=		
10 02	2			45 41	R/S	x !	
11 09	9			46 42	RST		
12 33	STO						
13 00	0						
14 34	RCL						
15 01	1						
16 59	*pause	'x'					
17 27	$*dsz$						
18 01	1						
19 04	4						
20 41	R/S	x					
21 42	RST						
22 12	INV						
23 29	$*Int$						
24 12	INV						
25 37	$*x=t$						
26 01	1						
27 01	1						
28 34	RCL						
29 00	0						
30 74	-						

*Bemerkungen:*

PS 01:  $x=0 \rightarrow$  PS 43 (Ausgabe: 1)

PS 08:  $x < 0$  wird eliminiert.

In PS 11 bis PS 19 wird das neunmalige Blinken verursacht.

PS 22: INV  $*Int$  berechnet den nichtganzzahligen Rest von  $x$ .

PS 25:  $x \notin \mathbb{Z} \rightarrow$  PS 11 (Blinken!)

PS 28 bis

PS 36:  $x \geq 70 \rightarrow$  PS 11 (Blinken!)

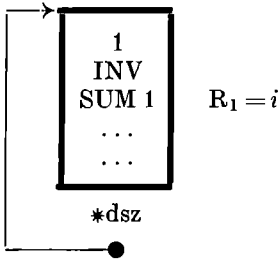
PS 37 bis

PS 46 bewirken dasselbe wie die entsprechenden Schritte im Beispiel 5.

## Weitere Wertschleifen

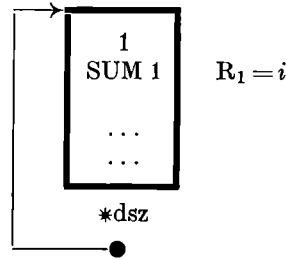
$$i = n - 1 \quad (-1) \quad 0$$

$$R_0 = R_1 = n$$



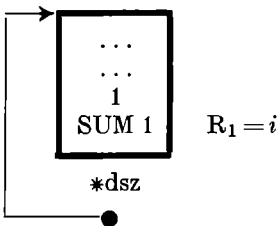
$$i = 1, \quad n$$

$$R_0 = n \\ R_1 = 0$$



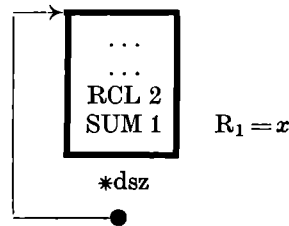
$$i = 0, \quad n - 1$$

$$R_0 = n \\ R_1 = 0$$



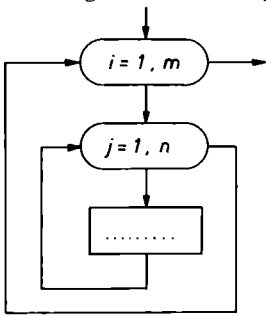
$$x = a \quad (s) \quad e$$

$$R_0 = n \\ R_1 = a \\ R_2 = s$$



$$\text{Beachte}^1: \quad n = \left\lfloor \frac{e-a}{s} \right\rfloor + 1$$

Wir zeigen nun die Programmierung von **verschachtelten Schleifen**.



Reihenfolge:

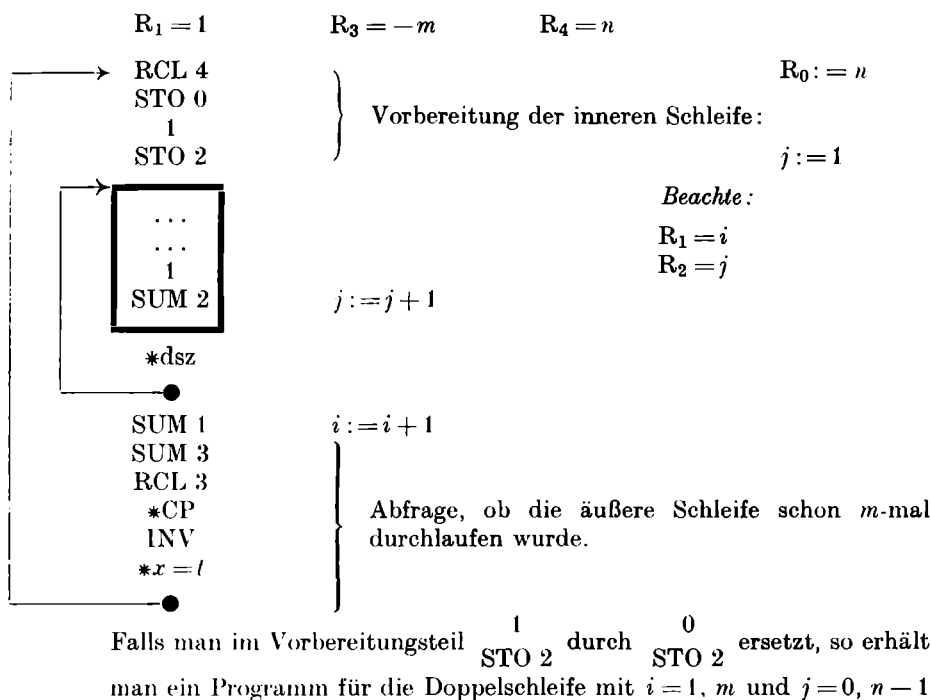
$$i = 1 \\ j = 1, j = 2, \dots, j = n$$

$$i = 2 \\ j = 1, j = 2, \dots, j = n$$

$$\dots$$

$$i = m \\ j = 1, j = 2, \dots, j = n$$

<sup>1</sup>  $[z]$  ist das Symbol für die nächstkleinere ganze Zahl, mit  $[z] = z$  für ganze Zahlen.



BEISPIEL Für die Grenzwertermittlung gebrauchter Anlagen gilt:

$$W = W_0 \frac{1}{1 + \frac{n}{n_0}} = W_0 \cdot \beta$$

Bezeichnungen:  $W$  ... Wert nach  $n$  Jahren

$\beta$  ... Bewertungsfaktor

$n$  ... abgelaufene Nutzungsdauer

$W_0$  ... Anschaffungswert

$n_0$  ... angenommene Nutzungsdauer

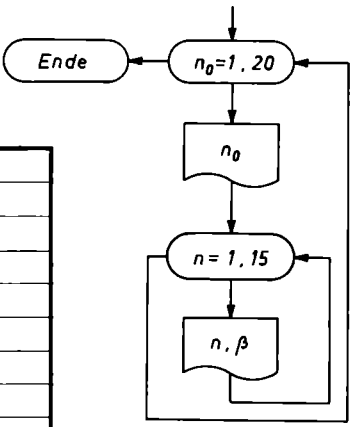
Es ist ein Programm für die Berechnung von  $\beta$  für  $n_0 = 1, 2, \dots, 20$  Jahre und  $n = 1, 2, \dots, 15$  Jahre zu erstellen.

Struktur: Doppelschleife Äußere Schleife:  $n_0 = 1, 20$  Innere Schleife:  $n = 1, 15$

Wir verwenden die oben angeführte Doppelschleife.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Ein-gabe	31 97	*prt	$\beta$	
				32 98	*pap		
				33 01	1		
				34 35	SUM		
00 01	1			35 02	2		
01 33	STO			36 27	*dsz		
02 01	1			37 02	2		
03 41	R/S	1	$n_0 \max$	38 01	1		
04 93	+/-			39 35	SUM		
05 33	STO			40 01	1		
06 03	3			41 35	SUM		
07 41	R/S		$n \max$	42 03	3		
08 33	STO			43 34	RCL		
09 04	4			44 03	3		
10 34	RCL			45 56	*CP		
11 01	1			46 12	INV		
12 97	*prt	$n_0$		47 37	*x=t		
13 98	*pap			48 01	1		
14 34	RCL			49 00	0		
15 04	4			50 41	R/S	0	
16 33	STO			51 42	RST		
17 00	0						
18 01	1						
19 33	STO						
20 02	2						
21 34	RCL						
22 02	2						
23 97	*prt	$n$					
24 54	:						
25 34	RCL						
26 01	1						
27 84	+						
28 01	1						
29 94	=						
30 20	*1/x						



Programmdurchführung

RST

R/S

$n_0 \max$  R/S

$n \max$  R/S

Ausgabe<sup>1</sup>

1.  
0.5

2.  
.3333333333

2.

1.  
.6666666667

2.  
0.5

3.

1.  
0.75

2.  
0.6

<sup>1</sup> Um die Ausgabe hier wiedergeben zu können, wählen wir die Schleifen  $n_0 = 1, 3$  und  $n = 1, 2$ .

## 15.2. Sukzessive Schleifen

Die Schleife wird so lange durchlaufen, bis eine Datenendbedingung erfüllt ist<sup>1</sup>.

Sukzessive Schleifen, bei denen die Datenendbedingung eine Konvergenzbedingung ist, bezeichnet man als **iterative Schleifen**.

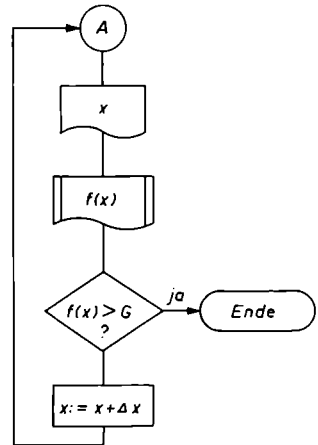
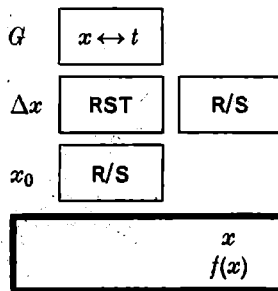
### BEISPIELE

1. Es ist ein Programm zu erstellen für die Berechnung von  $f(x)$ ,  $x = x_0$ ,  $x_0 + \Delta x$ ,  $x_0 + 2\Delta x$ , ..., das bei  $f(x) \geq G$  abbricht.

Wir erstellen ein Programm für  $f(x) = 5e^{1.5x}$ ,  $x_0 = 1,2$ ,  $\Delta x = 0,3$  und  $G = 40$ .

#### Programm

			$\Delta x$
00 33	STO		
01 01	1		
02 41	R/S		$x_0$
03 33	STO		
04 00	0		
05 97	*prt	x	
06 64	x		
07 01	1		
08 92	.		
09 05	5		
10 94	=		
11 14	e <sup>x</sup>		
12 64	x		
13 05	5		
14 94	=		
15 97	*prt	f(x)	
16 98	*pap		
17 47	*x ≥ t		
18 02	2		
19 09	9		
20 34	RCL		
21 01	1		
22 35	SUM		
23 00	0		
24 34	RCL		
25 00	0		
26 22	GTO		
27 00	0		
28 05	5		
29 41	R/S		



$x$  wird ausgedruckt

$f(x)$  wird berechnet

$f(x)$  wird ausgedruckt

Abfrage:  $x > G$ ?

JA: Stop

NEIN: Es wird  $x := x + \Delta x$  berechnet.

Dann wird die Rechnung wiederholt.

#### Ausgabe<sup>1</sup>

1.2	PRT
30.24823732	PRT
1.5	PRT
47.43867918	PRT

<sup>1</sup> Zum Beispiel:  $|f(x)| < \epsilon$ ,  $x > S$

## 2. Die Glieder der Folge

$$x_k = \frac{1}{2} \left( x_{k-1} + \frac{a}{x_{k-1}} \right) \quad \text{mit } x_0 = a \quad \dots^1$$

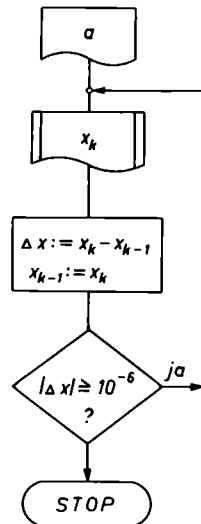
sollen angegeben werden.

Das Verfahren soll abbrechen, wenn  $|x_k - x_{k-1}| < 10^{-6}$  ist.

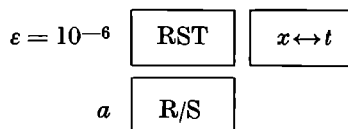
## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			a
00 33	STO		
01 00	0		
02 33	STO		
03 01	1		
04 97	*prt	a	
05 98	*pap		
06 34	RCL		
07 01	1		
08 84	+		
09 20	*1/x		
10 64	x		
11 34	RCL		
12 00	0		
13 94	=		
14 54	:		
15 02	2		
16 74	-		
17 97	*prt	$x_k$	
18 39	*EXC		
19 01	1		
20 94	=		
21 28	* x		
22 47	**≥ t		
23 00	0		
24 06	6		
25 41	R/S		
26 42	RST		

## Programmablaufplan



## Programmdurchführung

Ausgabe für  $a = 9$ :

```

          9.      PRT
          5.      PRT
          3.4     PRT
3.023529412     PRT
3.000091554     PRT
3.000000001     PRT
          3.      PRT
          3.      PRT
  
```

<sup>1</sup> Näherungsformel von Archimedes für die Berechnung von  $\sqrt{a}$ . Wir verwenden  $x_0 = a$ .



3. Es ist ein Programm zu erstellen für die Berechnung von

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

mit dem Anfangswert  $x_0$  und mit  $x_{\text{neu}} = x_{\text{alt}}/10$ .

Bei  $|f(x_{\text{neu}}) - f(x_{\text{alt}})| < 10^{-6}$  ist abzubrechen.

Wir gehen folgendermaßen vor:

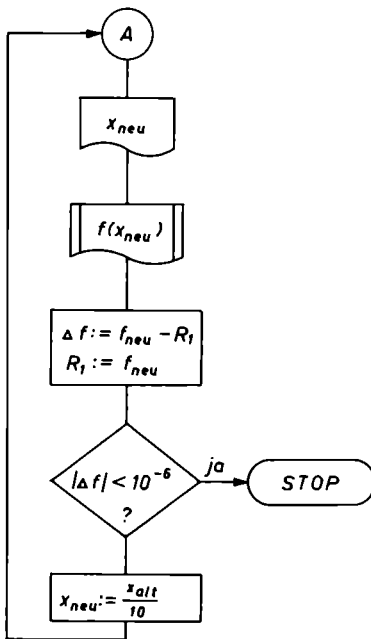
1. **Speicherbelegung**

$$10^{-6} \rightarrow T$$

$$R_0 = x \quad \text{Anfangswert: } x_0$$

$$R_1 = f_{\text{alt}} \quad \text{Anfangswert: } 0$$

2. Wir zeichnen einen Programmblaufplan, wobei wir folgende **Programmdurchführung** berücksichtigen.



3. Nun schreiben wir das **Programm** für  $y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  mit  $x_0 = 1$ .

**Programm ...<sup>1</sup>**

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
00 34	RCL		
01 00	0		
02 98	*pap		
03 97	*prt	x <sub>neu</sub>	
04 54	:		
05 23	sin		
06 94	=		
07 20	*1/ x		
08 97	*prt	f(x <sub>neu</sub> )	
09 46	*NOP		
10 46	*NOP		
11 46	*NOP		
12 46	*NOP		
13 46	*NOP		
14 46	*NOP		
15 46	*NOP		
16 74	-		
17 39	*EXC		
18 01	1		
19 94	=	(Δf)	
20 28	* x		
21 12	INV		
22 47	*x ≥ t		
23 03	3		
24 00	0		
25 92	.		
26 01	1		
27 30	*PROD		
28 00	0		
29 42	RST		
30 41	R/S		

#### 4. Ausgabe

1.000000	PRT
0.841471	PRT
0.100000	PRT
0.998334	PRT
0.010000	PRT
0.999983	PRT
0.001000	PRT
1.000000	PRT
0.000100	PRT
1.000000	PRT

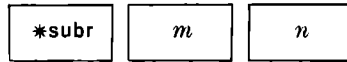
<sup>1</sup> PS 09 bis PS 15 Nulloperationen, damit wir das Programm für andere  $f(x)$  verwenden können.

## 16. Unterprogramme

Das Programm, mit dem die Rechnung beginnt, heißt **Hauptprogramm**.

Selbständige Programmteile, die zur Bewältigung von Teilaufgaben von verschiedenen Programmpunkten aus aufgerufen werden können, heißen **Unterprogramme**.

Beim SR-56 wird ein in der Zeile  $mn$  beginnendes Upro<sup>1</sup> mit dem Befehl

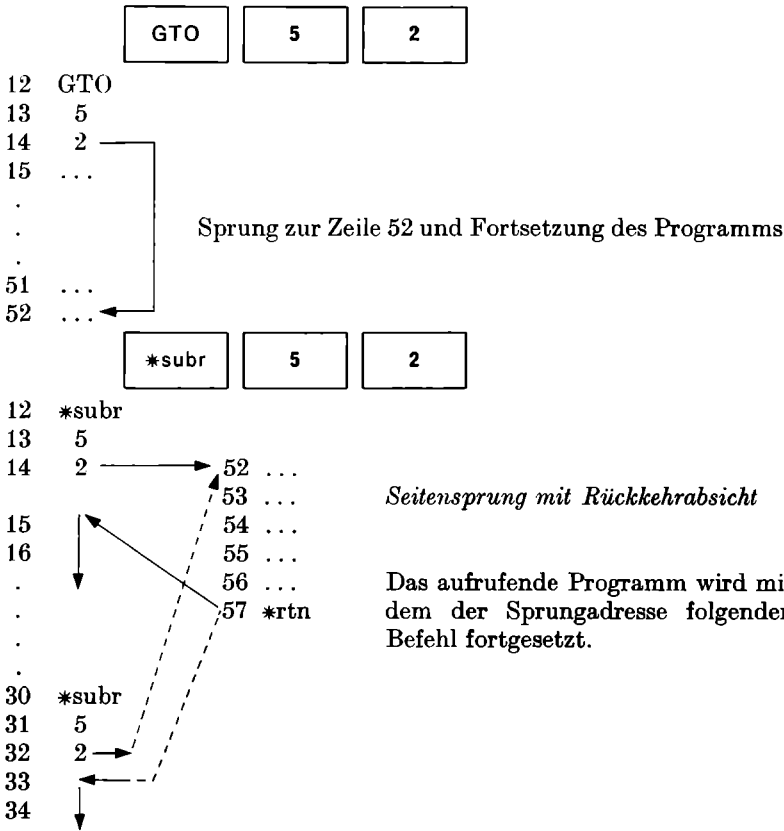


aufgerufen.

Das Unterprogramm wird so lange durchgeführt, bis ein \*rtn-Befehl erreicht wird<sup>2</sup>.

Der \*rtn-Befehl veranlaßt den Rücksprung in das aufrufende Programm in die unmittelbar hinter \*subr stehende Programmzeile.

Unterschied zwischen GTO-Befehl und \*subr-Befehl:



<sup>1</sup> Abkürzung für Unterprogramm.

<sup>2</sup> return  $\triangleq$  zurückkehren.

*Beachte:* Ein Unterprogramm kann an beliebiger Stelle im Programmspeicher untergebracht werden.

Es ist empfehlenswert, jedes Unterprogramm mit mathematischen Operatoren mit einer linken Klammer ( zu beginnen und mit einer rechten Klammer ) vor dem Rückkehrbefehl \*rtn zu beenden.

Der Befehl = ist im Unterprogramm möglichst zu vermeiden, weil = alle offenen Rechnungen, auch die des Hauptprogramms, abschließt.

Wenn der Inhalt von X nur zu Beginn der Rechnung benötigt wird, so wird  $x$  mit Hilfe einer Blindoperation aktiviert.

Zum Beispiel: ( CE + ..... ) \*rtn

Ein Unterprogramm kann ein anderes Upro aufrufen usw.

Der SR-56 kann 4 Rücksprungbefehle speichern<sup>1</sup>, wir sprechen daher von 4 Unterprogrammenebenen.

## BEISPIELE

1. An mehreren Stellen eines Programms wird der Wert der Funktion  $f(x) = x^3 - 5x + 1$  benötigt.

Wir können folgendes Upro verwenden<sup>2</sup>: (Aufruf \*subr 85)

```

85  (
86  CE
87  ×
88  (
89   $x^2$ 
90  —
91  5
92  )
93  +
94  1
95  )
96  *rtn
```

*Beachte:*

Die Standardfunktion  $y = x^3$  ist am SR-56 nur für  $x \geq 0$  definiert.

Wir rechnen daher:

$$x^3 - 5x + 1 = x(x^2 - 5) + 1$$

Zur Zeile 86: Die Blindoperation CE aktiviert den Wert  $x$  für die Berechnungen innerhalb des äußeren Klammerpaars.

<sup>1</sup> Das letzte Unterprogramm darf keine Funktion enthalten, die \*/(n) als Präfix benötigt.

<sup>2</sup> Wir nehmen an, daß  $x$  im X-Register steht.

2. An mehreren Stellen eines Programms ist der Inhalt des Speichers 1 auszudrucken und im Anschluß daran 1 Leerzeile vorzusehen.

Wir lösen dieses Problem mit Hilfe des Upros: (Aufruf \*subr 95)

```

95   RCL      98   *pap
96   1        99   *rtn
97   *prt

```

3. Der Binomialkoeffizient  $\binom{n}{k}$  ist mittels der Formel

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad n, k \in \mathbb{N}, n > k, n, k < 70$$

zu berechnen.

			n	31 01	1		
00 33	STO			32 53	)		
01 01	1			33 58	*rtn		
02 57	*subr						
03 02	2						
04 02	2						
05 54	:						
06 41	R/S	n !	k				
07 12	INV						
08 35	SUM						
09 01	1						
10 57	*subr						
11 02	2						
12 02	2						
13 54	:						
14 34	RCL						
15 01	1						
16 57	*subr						
17 02	2						
18 02	2						
19 94	=						
20 41	R/S	$\binom{n}{k}$					
21 42	RST						
22 33	STO						
23 00	0						
24 52	(						
25 34	RCL						
26 00	0						
27 64	x						
28 27	*dsz						
29 02	2						
30 05	5						

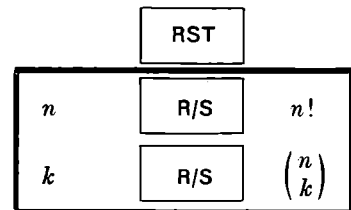
*Beachte:*

Mit jedem der Befehle \*subr 22 wird beim Programmschritt 22 weitergerechnet.

Der Befehl 33 \*rtn veranlaßt den Rücksprung zu

- a) PS 05
- b) PS 13
- c) PS 19

### Programmdurchführung



### Test

$$n = 17 \quad \binom{n}{k} = 24\,310$$

$$n = 25 \quad \binom{n}{k} = 1\,081\,575$$

# Anwendungen

## Berechnung von Polynomwerten (Horner-Schema)

Werte von Polynomen berechnet man vorteilhaft mit Hilfe des **Horner-Schemas**.

$$\begin{aligned} p(x) &= a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0 \\ &= \{[(a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2}]x + \dots + a_1\}x + a_0 \end{aligned}$$

### BEISPIELE

1.  $p(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 6$   
 $x = 3$

*Lösung:*  $p(3) = 24$

2.  $p(x) = x^4 - 2x^2 + 4x + 1$   
 $x = 2,6$

*Lösung:*  $p(2,6) = 43,5776$

### Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Polynomkoeffizienten eingeben	a <sub>0</sub>	*CMs	STO 0		
	a <sub>1</sub>	STO 1			
	a <sub>2</sub>	STO 2			
	a <sub>3</sub>	STO 3			
(Koeffizienten, die 0 sind, müssen nicht eingegeben werden ! )	a <sub>4</sub>	STO 4			
	a <sub>5</sub>	STO 5			
	a <sub>6</sub>	STO 6			
	a <sub>7</sub>	STO 7			
	a <sub>8</sub>	STO 8			
	a <sub>9</sub>	STO 9			
Polynomwert berechnen	x	R/S			p(x)
( beliebig oft durchführbar )					

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 03	3			66			
				32 57	*subr			67			
				33 05	5			68			
				34 00	0			69			
			x								
00 64	x			35 34	RCL			70			
01 32	$x \rightrightarrows t$			36 02	2			71			
02 34	RCL			37 57	*subr			72			
03 09	9			38 05	5			73			
04 84	+			39 00	0			74			
05 34	RCL			40 34	RCL			75			
06 08	8			41 01	1			76			
07 57	*subr			42 57	*subr			77			
08 05	5			43 05	5			78			
09 00	0			44 00	0			79			
10 34	RCL			45 34	RCL			80			
11 07	7			46 00	0			81			
12 57	*subr			47 94	=			82			
13 05	5			48 41	R/S	$p(x)$		83			
14 00	0			49 42	RST			84			
15 34	RCL			50 94	=			85			
16 06	6			51 32	$x \rightrightarrows t$			86			
17 57	*subr			52 64	x			87			
18 05	5			53 32	$x \rightrightarrows t$			88			
19 00	0			54 84	+			89			
20 34	RCL			55 58	*rtn			90			
21 05	5			56				91			
22 57	*subr			57				92			
23 05	5			58				93			
24 00	0			59				94			
25 34	RCL			60				95			
26 04	4			61				96			
27 57	*subr			62				97			
28 05	5			63				98			
29 00	0			64				99			
30 34	RCL			65							

$R_0$	$a_0$	$R_1$	$a_1$	$R_2$	$a_2$	$R_3$	$a_3$	$R_4$	$a_4$
$R_5$	$a_5$	$R_6$	$a_6$	$R_7$	$a_7$	$R_8$	$a_8$	$R_9$	$a_9$

# Arithmetische Folgen

## Glieder einer arithmetischen Folge

$a_1; a_1 + d; a_1 + 2d; \dots; a_1 + (n - 1)d$   
 $a_i = a_1 + (i - 1)d \qquad i = 2, 3, \dots$

$a_1 \dots$  Anfangsglied  
 $n \dots$  Anzahl der Glieder  
 $d \dots$  Differenz

BEISPIEL

Wie lautet die arithmetische Folge mit  $a_1 = 7; d = -3$  und  $n = 5$ ?

Lösung: <7; 4; 1; -2; -5>

			a1
00	32	x<=t	
01	84	+	
02	32	x<=t	
03	94	=	
04	35	SUM	
05	00	0	
06	41	R/S	a1
07	42	RST	

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1.		RST			
2.   Eingeben: Differenz	d	x<=t			
Anfangsglied	a1	STO 0			
3.a   Glieder berechnen				R/S	a2
				R/S	a3
				:	:
				R/S	an
3.b   Zwischensumme abrufen				*EXC 0	si
				*EXC 0	ai
( bei 3.a fortsetzen )					



# Summe einer arithmetischen Reihe

$$s_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$s_n \dots$  Summe der ersten  $n$  Glieder

## BEISPIEL

Gegeben:  $a_1 = 17,3$   
 $d = 3,1$   
 $n = 5$

Gesucht:  $s_5$

Lösung:  $s_5 = 117,5$

## Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Eingeben:					
Anzahl der Glieder	n	R/S			n - 1
Differenz	d	R/S			(n - 1)d/2
Anfangsglied	a <sub>1</sub>	R/S			s <sub>n</sub>

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			n
00 64	x		
01 52	{		
02 52	{		
03 51	CE		
04 74	-		
05 01	1		
06 53	)		
07 64	x		
08 41	R/S		d
09 54	:		
10 02	2		
11 84	+		
12 41	R/S		a <sub>1</sub>
13 94	=		
14 41	R/S	s <sub>n</sub>	
15 42	RST		

# Geometrische Folgen

## Glieder einer geometrischen Folge

$a_1; a_1q; a_1q^2; a_1q^3; \dots$   
 $a_i = a_1q^{i-1} \qquad i = 2, 3, \dots$

$a_1 \dots$  Anfangsglied  
 $q \dots$  Quotient  
 $n \dots$  Anzahl der Glieder einer Folge

BEISPIEL

Gegeben:  $a_1 = 5$                       Gesucht:  $a_2, \dots, a_6$   
 $q = 3$

Lösung: 15, 45, 135, 405, 1215

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			$a_1$
00 32	$\times \Rightarrow t$		
01 64	$\times$		
02 32	$\times \Rightarrow t$		
03 94	$=$		
04 35	SUM		
05 00	0		
06 41	R/S	$a_1$	
07 42	RST		

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1.		RST			
2. Eingabe :					
Quotient	q	$\times \Rightarrow t$			.
Anfangsglied	$a_1$	STD 0			
3.a Glieder berechnen				R/S	$a_2$
				R/S	$a_3$
				$\vdots$	$\vdots$
				R/S	$a_n$
3.b Zwischensummen abrufen				*EXC 0	$s_1$
				*EXC 0	$a_1$
( bei 3.a fortsetzen )					

# Summe einer endlichen geometrischen Reihe

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad q \neq 1 \quad \dots^1$$

Bei der Verwendung eines Taschenrechners muß darauf geachtet werden, daß  $y^x$  nur für  $y \geq 0$  definiert ist.

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			q
00 33	STO		
01 01	1		
02 28	*   x		
03 45	y <sup>x</sup>		
04 41	R/S		n
05 74	-		
06 01	1		
07 94	=		
08 64	x		
09 41	R/S		a <sub>1</sub>
10 54	:		
11 52	(		
12 34	RCL		
13 01	1		
14 74	-		
15 01	1		
16 94	=		
17 41	R/S	s <sub>n</sub>	
18 42	RST		

## BEISPIEL

Gegeben:  $a_1 = 4$   
 $q = 2$   
 $n = 5$

Gesucht:  $s_5$

Lösung:  $s_5 = 124$

## BEISPIEL

Gegeben:  $a_1 = 4$   
 $q = -2$   
 $n = 6$

Gesucht:  $s_6$

Lösung:  $s_6 = -84$

## BEISPIEL

Gegeben:  $a_1 = 4$   
 $q = -2$   
 $n = 5$

Gesucht:  $s_5$

Lösung:  $s_5 = 44$

<sup>1</sup> Für  $q = 1$  gilt:  $s_n = n a_1$

## Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle		Anzeige	
		RST			
	1	+/-	x	<div> nur für <math>q &lt; 0</math>  und <math>n</math> ungerade </div>	
E : Quotient	q	R/S			
Anzahl der Glieder	n	R/S			
Anfangsglied	a <sub>1</sub>	R/S			s <sub>n</sub>

# Summe einer unendlichen geometrischen Reihe

$$s = \frac{a_1}{1 - q} \quad |q| < 1$$

$a_1 \dots$

Anfangsglied

$q \dots$

Quotient

BEISPIEL

Gegeben:  $3 + 1,5 + 0,75 + \dots$

Gesucht:  $s$

Lösung:  $s = 6$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
	a <sub>1</sub>	R/S			1.
	q	R/S			s

Programm

Kode	Taste	Aus- gabe	Ein- gabe
			a <sub>1</sub>
00 54	:		
01 52	(		
02 01	1		
03 74	=		
04 41	R/S	1.	q
05 94	=		
06 41	R/S	s	
07 42	RST		

# Lineare Interpolation in Tabellen

Gegeben:  $(x_1|y_1), (x_2|y_2), x \in [x_1, x_2]$

Gesucht:  $y = f(x)$  durch lineare Interpolation

$$y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$$

**BEISPIEL**

Gegeben seien die Wertepaare  $(3,7|1,2)$  und  $(4,9|1,7)$ .  
Durch lineare Interpolation ist  $f(4,0)$  zu berechnen.

*Lösung:*  $f(4,0) = 1,325$

**Programmdurchführung**

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
$y_1$	R/S	$y_1$
$y_2$	R/S	- D
$x_1$	R/S	
$x_2$	R/S	
x	R/S	y

**Programm**

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			$y_1$
00 84	+		
01 52	(		
02 51	CE		
03 74	-		
04 41	R/S	$y_1$	$y_2$
05 53	)		
06 54	:		
07 52	(		
08 41	R/S	- D	$x_1$
09 74	-		
10 32	$x \leftarrow t$		
11 41	R/S		$x_2$
12 53	)		
13 64	x		
14 52	(		
15 41	R/S		x
16 74	-		
17 32	$x \leftarrow t$		
18 94	=		
19 41	R/S	y	
20 42	RST		

## Umwandlung: Dezimalzahl $d \leftrightarrow$ Zahl $z$ zur Basis $b$

$z_b \rightarrow d$

$z_b : b = q_0$ , Rest  $r_0$

$q_{i-1} : \bar{b} = q_i$ , Rest  $r_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$

so lange, bis  $q_i = 0$ , dann gilt:  $d = \sum_{j=0}^i r_j \cdot b^j$

$d \rightarrow z_b$

$d : b = q_0$ , Rest  $r_0$

$q_{i-1} : \bar{b} = q_i$ , Rest  $r_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$

so lange, bis  $q_i = 0$ , dann gilt:  $z_b = \sum_{j=0}^i r_j \cdot \bar{b}^j$

$b \dots$  Basis,

$\bar{b} \dots$  nächstgrößere reine

Zehnerpotenz, z. B.:

$b = 8 \rightarrow \bar{b} = 10$ ;

$b = 16 \rightarrow \bar{b} = 100$

### Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
	b	STO 1			
	$\bar{b}$	STO 2			
d in $z_b$ umwandeln	d	$x \leftarrow t$			0.
	2	R/S			$z_b$
$z_b$ in d umwandeln	$z_b$	$x \leftarrow t$	R/S		d ; "x "
bei Blinken der Anzeige				CE	x

Eine Ziffer  $\geq b$  wird angezeigt. Man kann mit dieser „falschen“ Ziffer mit **R/S** weiterrechnen, oder, nach **CLR**,  **$x \leftarrow t$** , **RST**, die Zahl  $z_b$  neuerlich, diesmal richtig, eingeben.

Beachte: Die Ein- bzw. Ausgabe von Zahlen  $z_b$  mit  $100 > b > 10$  erfolgt mit zwei Ziffern für jede Einzelziffer der Zahl, nur die führende Null wird nicht angezeigt (  $A \cong 10$ ,  $B \cong 11, \dots$ ; (  $5FC9$  )<sub>16</sub>  $\cong$  5151209<sub>16</sub> ). Ein häufig auftretender Fehler bei der Eingabe solcher Zahlen ist das Vergessen einer Null :

$5FC9 \cong$  5151209 wird zu 515129.

Dieser Fehler erzeugt oft „zu große“ Ziffern ( $\geq b$ ), die dann blinkend angezeigt werden.

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 04	4		
				32 74	-		
				33 29	*Int	(q <sub>1</sub> )	
				34 33	STO		
00 33	STO			35 06	6		
01 00	0			36 94	=		
02 34	RCL			37 64	x		
03 01	1			38 34	RCL		
04 32	x <sub>←</sub> t			39 04	4		
05 33	STO			40 64	x	(r <sub>1</sub> )	
06 06	6			41 12	INV		
07 34	RCL			42 47	**x <sub>≥</sub> t		
08 02	2			43 04	4		
09 27	*dsz			44 06	6		
10 01	1			45 22	GTO		
11 03	3			46 34	RCL		
12 32	x <sub>←</sub> t			47 05	5		
13 33	STO			48 94	=		
14 03	3			49 35	SUM		
15 32	x <sub>←</sub> t			50 00	0		
16 33	STO			51 34	RCL		
17 04	4			52 03	3		
18 01	1			53 30	*PROD		
19 33	STO			54 05	5		
20 05	5			55 34	RCL		
21 00	0			56 06	6		
22 33	STO			57 56	*CP		
23 00	0			58 12	INV		
24 34	RCL			59 37	**x = t		
25 06	6			60 02	2		
26 54	:			61 06	6		
27 34	RCL			62 34	RCL		
28 01	1			63 00	0		
29 32	x <sub>←</sub> t			64 41	R/S		
30 34	RCL			65 42	AST		

## Bemerkungen:

PS 09 bis PS 012:

Abfrage, ob  $z_b \rightarrow d$  oder  $d \rightarrow z_b$  durchgeführt werden soll.

PS 41 bis PS 44:

Abfrage, ob die Ziffer  $< b$  ist.

Wenn nicht:

PS 45: Blinken.

## BEISPIELE

- 100 ist in eine *Binärzahl* (Basis 2, Ziffern 0, 1) umzuwandeln.
- 743 ist in eine *Oktalzahl* (Basis 8, Ziffern 0, 1, ..., 7) umzuwandeln.
- 24 521 ist in eine *Hexadezimalzahl* (Basis 16, Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F) umzuwandeln.

## Lösungen:

- $(1100100)_2$
- $(1347)_8$
- $(5FC9)_{16}$

$R_0$ ; Resultat	$R_1$ b	$R_2$ $\bar{b}$	$R_3$ $\bar{b}$ ; b	$R_4$ b ; $\bar{b}$
$R_5$ $\bar{b}^1$ ; $b^1$	$R_6$ z; q <sub>1</sub>	$R_7$	$R_8$	$R_9$

# Größter gemeinsamer Teiler und kleinstes gemeinsames Vielfaches<sup>1</sup>

**Euklid-Algorithmus** für die Bestimmung von  $\text{ggT}(x,y)$ :

$$r = x - y \left\lfloor \frac{x}{y} \right\rfloor \quad \dots^2$$

Der letzte, nicht verschwindende Rest  $r$  ist  $\text{ggT}(x,y)$ .

$$\text{kgV}(x,y) = \frac{xy}{\text{ggT}(x,y)}$$

BEISPIELE

1.

Gegeben:  $a_1 = 437; a_2 = 551; a_3 = 703$   
Gesucht:  $v(a_1, a_2, a_3), T(a_1, a_2, a_3)$   
Lösung:  $v = 468901; T = 19$
2.

Gegeben:  $a_1 = 144; a_2 = 60; a_3 = 36; a_4 = 240$   
Gesucht:  $v(a_1, a_2, a_3, a_4), T(a_1, a_2, a_3, a_4)$   
Lösung:  $v = 720; T = 12$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
	a <sub>1</sub>	RST	R/S		a <sub>1</sub>
	a <sub>2</sub>	R/S			v(a <sub>1</sub> ,a <sub>2</sub> )
		R/S			T(a <sub>1</sub> ,a <sub>2</sub> )
	a <sub>3</sub>	R/S			v(a <sub>1</sub> ,a <sub>2</sub> ,a <sub>3</sub> )
		R/S			T(a <sub>1</sub> ,a <sub>2</sub> ,a <sub>3</sub> )
	a <sub>4</sub>	R/S			v(a <sub>1</sub> )
		⋮			⋮

<sup>1</sup> Wir beschränken uns auf positive ganze Zahlen.

<sup>2</sup>  $[a]$  ist das Symbol für die größte ganze Zahl  $\leq a$ .



## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 01	1		
				32 94	=	(r <sub>k</sub> )	
				33 37	**x = t		
			a <sub>1</sub>	34 00	0		
00 38	*DMS			35 06	6		
01 56	*CP			36 39	*EXC		
02 33	STO			37 01	1		
03 01	1			38 22	GTO		
04 33	STO			39 02	2		
05 02	2			40 01	1		
06 27	*dsz			41 34	RCL		
07 04	4			42 02	2		
08 01	1			43 54	:		
09 02	2			44 34	RCL		
10 33	STO			45 01	1		
11 00	0			46 94	=		
12 34	RCL			47 33	STO		
13 02	2			48 02	2		
14 39	*EXC			49 41	R/S	kgV	
15 01	1			50 34	RCL		
16 33	STO			51 03	3		
17 03	3			52 22	GTO		
18 41	R/S	ggT	a <sub>1</sub>	53 02	2		
19 30	*PRDD			54 01	1		
20 02	2			55			
21 74	-			56			
22 52	(			57			
23 51	CE			58			
24 54	:			59			
25 34	RCL			60			
26 01	1			61			
27 53	)			62			
28 29	*Int			63			
29 64	x			64			
30 34	RCL			65			

R <sub>0</sub> Zähler	R <sub>1</sub> r <sub>k</sub>	R <sub>2</sub> kgV	R <sub>3</sub> ggT	R <sub>4</sub>
R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	R <sub>7</sub>	R <sub>8</sub>	R <sub>9</sub>

Komplexe Zahlen

Addition und Subtraktion von komplexen Zahlen

$$(a_1 + b_1j) \pm (a_2 + b_2j) = (a_1 \pm a_2) + (b_1 \pm b_2)j$$
$$= u + vj$$

... 1

Multiplikation von komplexen Zahlen

$$z_1 = a_1 + b_1j = r_1 e^{j\varphi_1}$$
$$z_1 \cdot z_2 = u + vj = r_1 r_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$
$$u = a_1 a_2 - b_1 b_2$$

$$z_2 = a_2 + b_2j = r_2 e^{j\varphi_2}$$
$$v = a_1 b_2 + b_1 a_2$$

... 1

Division von komplexen Zahlen

$$z_1 = a_1 + b_1j = r_1 e^{j\varphi_1}$$
$$z = \frac{z_1}{z_2} = u + vj = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$
$$u = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2}$$

$$z_2 = a_2 + b_2j = r_2 e^{j\varphi_2}$$
$$v = \frac{b_1 a_2 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2}$$

... 1

Programmdurchföhrung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Addition	K	R/S		... 1	K
(Subtraktion)	a <sub>1</sub>	R/S			a <sub>1</sub>
	b <sub>1</sub>	R/S			b <sub>1</sub>
	a <sub>2</sub>	R/S			u
	b <sub>2</sub>	R/S			v
Multiplikation	K	R/S		... 1	K
(Division)	a <sub>1</sub>	R/S			
	b <sub>1</sub>	R/S			r <sub>1</sub>
	a <sub>2</sub>	R/S			<del>r<sub>2</sub></del>
	b <sub>2</sub>	R/S			u
		R/S			v

<sup>1</sup> **Kennzahlen:** Addition **K** = -3; Subtraktion **K** = -1; Multiplikation **K** = 3; Division **K** = 1.

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 26	*f(n)		
				32 03	R→P		
				33 84	+		
			K	34 32	x <sub>1</sub> t		
00 56	*CP			35 33	ST0	(r <sub>1</sub> )	
01 33	ST0			36 01	1		
02 00	0			37 41	R/S	r <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>
03 47	*x ≥ t			38 32	x <sub>1</sub> t		
04 02	2			39 41	R/S	φ	b <sub>2</sub>
05 08	8			40 26	*f(n)		
06 41	R/S	K	a <sub>1</sub>	41 03	R→P		
07 33	STC			42 27	*dsz		
08 01	1			43 04	4		
09 41	R/S	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	44 06	6		
10 84	+			45 93	+/-		
11 41	R/S	b <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	46 94	=		
12 27	*dsz			47 32	x <sub>1</sub> t	(r <sub>2</sub> )	
13 01	1			48 27	*dsz		
14 06	6			49 05	5		
15 93	+/-			50 02	2		
16 35	SUM			51 20	*1/x	1/r <sub>2</sub>	
17 01	1			52 64	x		
18 34	RCL			53 34	RCL		
19 01	1			54 01	1		
20 41	R/S	u	b <sub>2</sub>	55 94	=	(r <sub>1</sub> ·r <sub>2</sub> ; r <sub>1</sub> /r <sub>2</sub> )	
21 27	*dsz			56 32	x <sub>1</sub> t		
22 02	2			57 26	*f(n)		
23 05	5			58 02	P→R		
24 93	+/-			59 32	x <sub>1</sub> t		
25 94	=			60 41	R/S	u	
26 41	R/S	v		61 32	x <sub>1</sub> t		
27 42	RST			62 41	R/S	v	
28 41	R/S	K	a <sub>1</sub>	63 42	RST		
29 32	x <sub>1</sub> t			64			
30 41	R/S		b <sub>1</sub>	65			

R <sub>0</sub>	K	R <sub>1</sub>	belegt
----------------	---	----------------	--------

## BEISPIEL

Gegeben:  $z_1 = -3 - 5j$   
 $z_2 = -4 + 7j$

Gesucht:  $z_1 + z_2$   
 $z_1 - z_2$

*Lösung:*

$$z_1 + z_2 = -7 + 2j$$

$$z_1 - z_2 = 1 - 12j$$

## BEISPIEL

Gegeben:  $z_1 = 5 - 3j$   
 $z_2 = 2 + 4j$

Gesucht:  $z_1 \cdot z_2$

*Lösung:*  $22 + 14j$

## BEISPIEL

Gegeben:  $z_1 = 22 + 14j$   
 $z_2 = 2 + 4j$

Gesucht:  $\frac{z_1}{z_2}$

*Lösung:*  $5 - 3j$

# Potenzieren einer komplexen Zahl

$$z = a + bj = re^{j\varphi}$$

$$z^n = u + vj = r^n e^{jn\varphi}$$

# Radizieren einer komplexen Zahl

$$z = a + bj$$

$$z = (\varphi; r)$$

$$z_k = \sqrt[n]{z} = u_k + v_k j$$

$$z_k = \left( \frac{\varphi + k \cdot 360^\circ}{n}; \sqrt[n]{r} \right)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

## Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
1. Potenzieren :					
	a	R/S			360.
	b	R/S			r
	n	R/S			u
		R/S			v
2. Radizieren :					
	a	R/S			360.
	b	R/S			r
	n	*1/x	R/S		u <sub>0</sub>
			R/S		v <sub>0</sub>
			R/S		u <sub>1</sub>
			R/S		v <sub>1</sub>
			⋮		⋮
			R/S		u <sub>n-1</sub>
			R/S		v <sub>n-1</sub>

Drückt man die **R/S** -Taste versehentlich einmal zu oft, so erscheint 360. in der Anzeige ; in diesem Fall muß vor einer Neueingabe **RST** gedrückt werden .

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Ein-gabe	31 41	R/S	$u_k$	
				32 32	$x \rightleftharpoons t$		
				33 41	R/S	$v_k$	
			a	34 27	*dsz		
00 32	$x \rightleftharpoons t$			35 03	3		
01 03	3			36 08	8		
02 06	6			37 42	AST		
03 00	0			38 34	RCL		
04 33	STO			39 03	3		
05 03	3			40 35	SUM		
06 41	R/S	360.	b	41 01	1		
07 26	*f(n)			42 34	RCL		
08 03	$R \rightarrow P$			43 02	2		
09 33	STO			44 22	GTO		
10 01	1			45 02	2		
11 32	$x \rightleftharpoons t$			46 05	5		
12 45	$y^x$						
13 41	R/S	r	n; 1/n				
14 20	*1/x						
15 33	STO						
16 00	0						
17 20	*1/x						
18 30	*PROD						
19 01	1						
20 30	*PROD						
21 03	3						
22 94	=						
23 33	STO						
24 02	2						
25 32	$x \rightleftharpoons t$						
26 34	RCL						
27 01	1						
28 26	*f(n)						
29 02	$P \rightarrow R$						
30 32	$x \rightleftharpoons t$						

## BEISPIEL

Gegeben:  $z = 2 - 3j$ Gesucht:  $z^5, z^{-2}$ *Lösung:*

$$z^5 = 122 + 597j;$$

$$z^{-2} = -0,0296 + 0,0710j$$

## BEISPIELE

Gegeben:  $z = 3 + 4j$ Gesucht:  $\sqrt{z}, \sqrt[3]{z}$ *Lösung:* a)  $z_0 = 2 + j; z_1 = -2 - j$ b)  $z_0 = 1,629 + 0,520j;$  $z_1 = -1,265 + 1,151j;$  $z_2 = -0,364 - 1,671j$ 

$R_0$	$\frac{1}{n}$ $n = k$	$R_1$	$\frac{n \cdot \varphi}{\varphi/n + k \cdot 360/n}$	$R_2$	$\frac{r^n}{r^{1/n}}$	$R_3$	$\frac{360 \cdot n}{360/n}$
-------	--------------------------	-------	---	-------	-----------------------	-------	-----------------------------

$$\sqrt[n]{z}$$

# Determinanten

## Zweireihige Determinanten

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

### Programmdurchführung

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
a <sub>11</sub>	R/S	
a <sub>12</sub>	R/S	- a <sub>12</sub>
a <sub>21</sub>	R/S	a <sub>11</sub>
a <sub>22</sub>	R/S	0

### BEISPIEL

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \text{ ist zu berechnen.}$$

$$\text{Lösung: } D = 7$$

## Dreireihige Determinanten

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

Anleitung:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

The diagram illustrates the expansion of a 3x3 determinant using arrows. It shows three positive terms (downward arrows) and three negative terms (upward arrows) corresponding to the formula above.

### BEISPIEL

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & -2 \\ 1 & -5 & 3 \end{vmatrix} \text{ ist zu berechnen.}$$

$$\text{Lösung: } D = -91$$

## Dreireihige Determinanten

### Programmdurchführung

Zeilenweises Eingeben  
der Elemente

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
a <sub>11</sub>	R/S	
a <sub>12</sub>	R/S	
a <sub>13</sub>	R/S	
a <sub>21</sub>	R/S	
a <sub>22</sub>	R/S	
a <sub>23</sub>	R/S	
a <sub>31</sub>	R/S	
a <sub>32</sub>	R/S	
a <sub>33</sub>	R/S	D

### Programm

Kode	Taste	Aus- gabe	Ein- gabe	31 01	1		
				32 41	R/S		a <sub>32</sub>
				33 30	*PROD		
			a <sub>11</sub>	34 00	0		
00 33	STO			35 30	*PROD		
01 00	0			36 02	2		
02 64	x			37 41	R/S		a <sub>33</sub>
03 41	R/S		a <sub>12</sub>	38 30	*PROD		
04 33	STO			39 06	6		
05 06	6			40 84	+		
06 33	STO			41 34	RCL		
07 01	1			42 01	1		
08 41	R/S		a <sub>13</sub>	43 84	+		
09 33	STO			44 34	RCL		
10 05	5			45 02	2		
11 33	STO			46 74	-		
12 02	2			47 34	RCL		
13 41	R/S		a <sub>21</sub>	48 00	0		
14 30	*PROD			49 74	-		
15 06	6			50 34	RCL		
16 30	*PROD			51 06	6		
17 02	2			52 74	-		
18 41	R/S		a <sub>22</sub>	53 34	RCL		
19 30	*PROD			54 05	5		
20 05	5			55 94	=		
21 64	x			56 41	R/S	D	
22 41	R/S		a <sub>23</sub>	57 42	RST		
23 30	*PROD						
24 01	1						
25 30	*PROD						
26 00	0						
27 41	R/S		a <sub>31</sub>				
28 30	*PROD						
29 05	5						
30 30	*PROD						

## Zweireihige Determinanten

### Programm

Kode	Taste	Aus- gabe	Ein- gabe
			a <sub>11</sub>
00 32	x <sup>-1</sup> t		
01 41	R/S		a <sub>12</sub>
02 93	+ / -		
03 64	x		
04 41	R/S	- a <sub>12</sub>	a <sub>21</sub>
05 84	+		
06 32	x <sup>-1</sup> t		
07 64	x		
08 41	R/S	a <sub>11</sub>	a <sub>22</sub>
09 94	=		
10 41	R/S	D	
11 42	RST		

R <sub>0</sub> a <sub>11</sub> a <sub>23</sub> a <sub>32</sub>	R <sub>1</sub> a <sub>12</sub> a <sub>23</sub> a <sub>31</sub>	R <sub>2</sub> a <sub>13</sub> a <sub>21</sub> a <sub>32</sub>
R <sub>5</sub> a <sub>13</sub> a <sub>22</sub> a <sub>31</sub>	R <sub>6</sub> a <sub>12</sub> a <sub>21</sub> a <sub>33</sub>	R <sub>7</sub>

# Lineare Gleichungssysteme

## Lineares Gleichungssystem in 2 Variablen

Das System

$$a_{11}x + a_{12}y = a_1$$

$$a_{21}x + a_{22}y = a_2$$

ist genau dann eindeutig lösbar, wenn die **Koeffizientendeterminante**

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0 \quad \text{ist.}$$

BEISPIEL

Das System

$$\begin{matrix} 2x - 3y = -12 \\ 5x + 7y = -1 \end{matrix}$$

ist zu lösen

$$\begin{matrix} \text{Lösung:} \\ x = -3 \\ y = 2 \end{matrix}$$

Die Lösung erfolgt hier mit Hilfe des **Gauß-Algorithmus**.

(I)

$$x + \frac{a_{12}}{a_{11}}y = \frac{a_1}{a_{11}}$$

$(a_{11} \neq 0)$

(II)

$$x + \frac{a_{22}}{a_{21}}y = \frac{a_2}{a_{21}}$$

$(a_{21} \neq 0)$

(II) - (I)

$$y = \frac{a_2' - a_1'}{a_{22}' - a_{12}'}$$

$$x = a_1' - a_{12}'y$$

mit

$$a_{12}' = \frac{a_{12}}{a_{11}}; \quad a_1' = \frac{a_1}{a_{11}}$$

$$a_{22}' = \frac{a_{22}}{a_{21}}; \quad a_2' = \frac{a_2}{a_{21}}$$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Zeilenweises Eingeben	a <sub>11</sub>	R/S			
der Koeffizienten	a <sub>12</sub>	R/S			
	a <sub>1</sub>	R/S			
	a <sub>21</sub>	R/S			
	a <sub>22</sub>	R/S			
	a <sub>2</sub>	R/S			x
		x → t			y



Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 20	*1/x		
				32 64	x	(y)	
				33 32	$x \rightarrow t$		
			$a_{11}$	34 34	RCL		
00 20	*1/x			35 00	0		
01 93	+ / -			36 74	-		
02 33	STO			37 34	RCL		
03 00	0			38 01	1		
04 33	STO			39 94	=		
05 01	1			40 41	R/S	x	
06 41	R/S		$a_{12}$	41 42	RST		
07 30	*PRD			42			
08 00	0	$R_0 = - a_{12}'$		43			
09 41	R/S		$a_1$	44			
10 30	*PRD			45			
11 01	1	$R_1 = - a_1'$		46			
12 41	R/S		$a_{21}$	47			
13 54	:			48			
14 32	$x \rightarrow t$			49			
15 41	R/S		$a_{22}$	50			
16 94	=			51			
17 20	*1/x	$a_{22}'$		52			
18 84	+			53			
19 34	RCL			54			
20 00	0			55			
21 94	=	$a_{22}' - a_{12}'$		56			
22 54	:			57			
23 52	(			58			
24 41	R/S		$a_2$	59			
25 54	:			60			
26 32	$x \rightarrow t$	$(a_{21})$		61			
27 84	+	$(a_2')$		62			
28 34	RCL			63			
29 01	1			64			
30 94	=			65			

$R_0 = a_{12}'$	$R_1 = a_1'$	$R_2$
$R_5$	$R_6$	$R_7$

## Lineares Gleichungssystem in 3 Variablen

Das inhomogene lineare Gleichungssystem

$$a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = a_1$$

$$a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = a_2$$

$$a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = a_3$$

ist genau dann eindeutig lösbar, wenn

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0 \quad \text{ist.}$$

### BEISPIEL

Das folgende Gleichungssystem ist zu lösen:

$$(I) \quad -2,50x + 4,63y - 2,18z = -8,53$$

$$(II) \quad 5,83x + 7,80y + 3,75z = 22,6$$

$$(III) \quad 4,23x - 6,43y + 2,45z = 15,2$$

*Lösung:*  $D = 52,902\,882$

$$x = 4,047\,28$$

$$y = 0,110\,14$$

$$z = -0,494\,61$$

Die Lösung erfolgt hier mit Hilfe des **verketteten Gauß-Algorithmus**<sup>1</sup>.

### Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
Spaltenweises Eingeben	a11	RST	+ / -	*1/x	
der Koeffizienten		STO 1	x	x ← t	
	a21	x	R/S		
	a31	R/S			
	a12	R/S			
	a22	R/S			
	a32	R/S			
	a13	R/S			
	a23	R/S			
	a33	R/S			
	a1	R/S			
	a2	R/S			
	a3	R/S			z
		R/S			y
		R/S			x

<sup>1</sup> Zum Beispiel: Schärf, Mathematik für Höhere Technische Lehranstalten, Band 4.

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 84	+	(c <sub>21</sub> a <sub>13</sub> )	66 04	4	(a <sub>1</sub> c <sub>31</sub> )
				32 41	R/S	a <sub>23</sub>	67 94	=	(b <sub>3</sub> )
				33 94	=	(b <sub>23</sub> )	68 54	:	
			a <sub>21</sub>	34 64	x		69 34	RCL	
00 33	STO			35 52	(		70 05	5	(b <sub>33</sub> )
01 02	2	R <sub>2</sub> =c <sub>21</sub>		36 39	*EXC		71 64	x	
02 52	(			37 07	7	(-b <sub>22</sub> c <sub>32</sub> )	72 41	R/S	z
03 39	*EXC			38 93	+ / -		73 30	*PROD	
04 01	1	R <sub>1</sub> =c <sub>21</sub>		39 54	:		74 00	0	R <sub>0</sub> =a <sub>13</sub> z
05 64	x			40 34	RCL		75 39	*EXC	
06 41	R/S		a <sub>31</sub>	41 01	1	(b <sub>22</sub> )	76 07	7	(b <sub>23</sub> )
07 64	x	(c <sub>31</sub> )		42 53	)	(c <sub>32</sub> )	77 74	-	
08 33	STO			43 33	STO		78 34	RCL	
09 04	4			44 03	3		79 03	3	(b <sub>2</sub> )
10 33	STO			45 84	+		80 94	=	
11 05	5			46 41	R/S	a <sub>33</sub>	81 54	:	
12 41	R/S		a <sub>12</sub>	47 94	=		82 34	RCL	
13 33	STO			48 35	SUM		83 01	1	(b <sub>22</sub> )
14 06	6			49 05	5	R <sub>5</sub> = b <sub>33</sub>	84 93	+ / -	
15 30	*PROD			50 41	R/S	a <sub>1</sub>	85 64	x	
16 01	1	R <sub>1</sub> = c <sub>21</sub> a <sub>12</sub>		51 64	x		86 41	R/S	y
17 53	)			52 30	*PROD		87 39	*EXC	
18 33	STO			53 04	4	R <sub>4</sub> = a <sub>1</sub> c <sub>31</sub>	88 06	6	(a <sub>12</sub> )
19 07	7	R <sub>7</sub> = a <sub>12</sub> c <sub>31</sub>		54 39	*EXC		89 84	+	
20 41	R/S		a <sub>22</sub>	55 02	2	(c <sub>21</sub> )	90 34	RCL	
21 35	SUM			56 84	+		91 00	0	(a <sub>13</sub> z)
22 01	1	R <sub>1</sub> = b <sub>22</sub>		57 41	R/S	a <sub>2</sub>	92 74	-	
23 41	R/S		a <sub>32</sub>	58 94	=	(b <sub>2</sub> )	93 34	RCL	
24 35	SUM			59 64	x		94 02	2	(a <sub>1</sub> )
25 07	7	R <sub>7</sub> = -b <sub>22</sub> c <sub>32</sub>		60 39	*EXC		95 94	=	
26 41	R/S		a <sub>13</sub>	61 03	3	(c <sub>32</sub> )	96 64	x	
27 33	STO			62 84	+		97 32	x <sup>-1</sup> = t	(-1/a <sub>11</sub> )
28 00	0			63 41	R/S	a <sub>3</sub>	98 94	=	
29 30	*PROD			64 84	+		99 41	R/S	x
30 05	5	R <sub>5</sub> = c <sub>31</sub> a <sub>13</sub>		65 34	RCL				

R <sub>0</sub> a <sub>13</sub> ; a <sub>13</sub> z	R <sub>1</sub> -1/a <sub>11</sub> ; c <sub>21</sub> ; b <sub>22</sub>	R <sub>2</sub> c <sub>21</sub> ; a <sub>1</sub>	R <sub>3</sub> c <sub>32</sub> ; b <sub>2</sub>	R <sub>4</sub> c <sub>31</sub> ; c <sub>31</sub> a <sub>1</sub>
R <sub>5</sub> c <sub>31</sub> ; a <sub>13</sub> c <sub>31</sub> ; b <sub>33</sub>	R <sub>6</sub> a <sub>12</sub> ; y	R <sub>7</sub> a <sub>32</sub> +c <sub>31</sub> a <sub>12</sub> ; b <sub>23</sub> ; z	R <sub>8</sub>	R <sub>9</sub>

**Quadratische Gleichung  $Ax^2+Bx+C=0$**

Die Lösungen der Gleichung

$Ax^2+Bx+C=0$

lauten:

$$x_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \text{ und } x_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

**BEISPIELE**

**1.**  $x^2 + 7,2x - 3,72 = 0$

**2.**  $x^2 - 3,24x + 2,6244 = 0$

**3.**  $x^2 - 1,5x + 24,7 = 0$

**4.**  $5,3x^2 + 9,7x + 45,3 = 0$

*Lösungen:*

$x_1 = 0,484\ 12$        $x_2 = -7,6841$

$x_1 = x_2 = 1,62$

$x_1 = 0,75 + 4,913j$        $x_2 = 0,75 - 4,913j$

$p = \frac{9,7}{5,3}$        $q = \frac{45,3}{5,3}$

$x_1 = -0,9151 + 2,7766j$

$x_2 = -0,9151 - 2,7766j$

**Programmdurchführung**

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Koeffizienten eingeben	A	R/S			- 1/2 A
	B	R/S			
	C	R/S			$x_1$ ; *)
				R/S	$x_2$
*) bei Blinken der Anzeige:				CE	Im (x)
				R/S	Re (x)

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 41	R/S	$\times_1$	
				32 34	RCL		
				33 00	0		
			A	34 41	R/S	$\times_2$	$\text{Re}(x)$
00 20	$\ast 1/x$			35 42	RST		
01 93	$+/-$						
02 54	:						
03 32	$\times \rightarrow t$	$t = -1/A$					
04 02	2						
05 64	$\times$						
06 41	R/S		B				
07 64	$\times$	$(-B/2A)$					
08 33	STO						
09 00	0						
10 84	+						
11 41	R/S		C				
12 64	$\times$						
13 32	$\times \rightarrow t$	$(-1/A)$					
14 94	=	$(D)$					
15 56	$\ast OP$	$t = 0$					
16 47	$\ast x \geq t$	$D \geq 0$					
17 02	2	$\text{ja} \Rightarrow 23$					
18 03	3	$(x_1 \text{ reell})$					
19 48	$\ast \sqrt{x}$	$\text{"Im}(x)\text{"}$					
20 22	GTO						
21 03	3						
22 02	2						
23 48	$\ast \sqrt{x}$						
24 74	=						
25 39	$\ast \text{EXC}$						
26 00	0	$R_0 = \sqrt{D}$					
27 35	SUM						
28 00	0						
29 94	=						
30 93	$+/-$						

$R_0 = -B/2A;$ $\times_2$	$R_1$
$R_5$	$R_6$

## Kubische Gleichung $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$

Man berechnet eine reelle Wurzel mit Hilfe des Newton-Näherungsverfahrens<sup>1</sup>.

Dann berechnet man die Wurzeln  $x_2$  und  $x_3$  aus der quadratischen Gleichung  $x^2 + px + q = 0$  mit  $p = a + x_1$  und  $q = x_1^2 + ax_1 + b$ .

### BEISPIELE

*Lösungen:*

- |    |                               |                       |                 |                |
|----|-------------------------------|-----------------------|-----------------|----------------|
| 1. | $x^3 - 19x^2 + 81x + 101 = 0$ | $x_1 = -1$            | $x_2 = 10 + j$  | $x_3 = 10 - j$ |
| 2. | $x^3 - 9x^2 + 24x - 16 = 0$   | $x_1 = 1$             | $x_2 = x_3 = 4$ | $\dots^2$      |
| 3. | $x^3 - 15x^2 + 75x - 125 = 0$ | $x_1 = x_2 = x_3 = 5$ |                 |                |
| 4. | $x^3 - 13x^2 + 20x + 100 = 0$ | $x_1 = 10$            | $x_2 = 5$       | $x_3 = -2$     |

### Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Koeffizienten eingeben	a	STO 1			
	b	STO 2			
	c	STO 3			
Genauigkeitsgrad eingeben	$\epsilon$	STO 6			
Näherungswert eingeben	$x_0$	STO 0			
Iteration durchführen		R/S			' $x_1$ '
					$x_1$
				R/S	$x_2; \text{Re } x_3$
				R/S	$x_3; \text{"Im } x_3 \text{"}$

<sup>1</sup> Dieses Verfahren setzt  $f'(x) \neq 0$  voraus und ist daher für kubische Gleichungen mit  $x_1 = x_2 = x_3$  nicht anwendbar.

<sup>2</sup> Rechengenauigkeit beachten!

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 00	0			66 39	*EXC		
				32 43	$x^2$			67 04	4		
				33 84	+			68 93	+ / -		
				34 34	RCL			69 41	R/S	Re2x3	
00 34	RCL			35 05	5			70 34	RCL		
01 00	0			36 94	=	( $\Delta x$ )		71 04	4		
02 59	*pause	'x1'		37 12	INV			72 48	$\sqrt{x}$	"Im2x3"	
03 84	+			38 35	SUM			73 42	RST		
04 34	RCL			39 00	0			74 48	$\sqrt{x}$		
05 01	1			40 28	$ x $			75 74	-		
06 94	=			41 32	$x \rightarrow t$			76 39	*EXC		
07 33	STO			42 34	RCL			77 04	4		
08 04	4			43 06	6			78 35	SUM		
09 64	x			44 12	INV			79 04	4		
10 34	RCL			45 47	$x \geq t$			80 94	=		
11 00	0			46 00	0			81 41	R/S	x2	
12 84	+			47 00	0			82 34	RCL		
13 32	$x \rightarrow t$			48 34	RCL			83 04	4		
14 34	RCL			49 00	0			84 93	+ / -		
15 02	2			50 41	R/S	x1		85 41	R/S	x3	
16 94	=			51 34	RCL			86 42	RST		
17 33	STO			52 04	4			87			
18 05	5			53 54	:			88			
19 64	x			54 02	2			89			
20 34	RCL			55 64	x			90			
21 00	0			56 33	STO			91			
22 84	+			57 04	4			92			
23 34	RCL			58 74	-			93			
24 03	3			59 34	RCL			94			
25 94	=	(f(x1))		60 05	5			95			
26 54	:			61 94	=			96			
27 52	(			62 56	*CP			97			
28 32	$x \rightarrow t$			63 47	$x \geq t$			98			
29 84	+			64 07	7			99			
30 34	RCL			65 04	4						

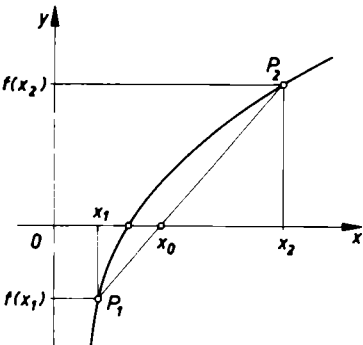
R <sub>0</sub>	x <sub>i</sub>	R <sub>1</sub>	a	R <sub>2</sub>	b	R <sub>3</sub>	c	R <sub>4</sub>	belegt
R <sub>5</sub>	q: = x <sub>i</sub> <sup>2</sup> + ax <sub>i</sub> + b	R <sub>6</sub>	ε	R <sub>7</sub>		R <sub>8</sub>		R <sub>9</sub>	

# Näherungsweise Auflösung von Gleichungen

## Regula falsi

Falls  $\text{sign } f(x_1) \neq \text{sign } f(x_2)$ , so gilt:

$$x_0 = x_1 - f(x_1) \cdot \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$$



### BEISPIEL


$e^{-x} + \frac{x}{5} - 1 = 0$        $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-6}$

$f(x) = e^{-x} + \frac{x}{5} - 1$

x	f(x)
4,9	−0,01255
5,0	0,00674
4,96507	−0,00001
5	0,00674
4,96511	0,00000

Lösung:  $x = 4,96511$

### Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
UPRO für f(x) eingeben		GTO 64	LRN	(	
(darf kein  enthalten;		.....	..f(x).. *)	.....	
x wird im X-Register übernommen)		)	*rtn	LRN	
gewünschte Genauigkeit und	ε	STO 0			
Anfangswerte eingeben	x1	STO 1			
Programmablauf starten	x2	STO 2	AST	R/S	'x0'
					'f(x0)'
					x0

Beachte: Das UPRO zur Berechnung von f(x) befindet sich im Programm (PS 64 bis PS 76).



## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Ein-gabe	31 06	6			66 54	:		
				32 04	4			67 32	$x \leftarrow t$		
				33 59	*pause	'f(x <sub>0</sub> )'		68 05	5		
				34 59	*pause	'f(x <sub>0</sub> )'		69 84	+		
00 34	RCL			35 30	*PROD			70 32	$x \leftarrow t$		
01 01	1			36 03	3			71 93	+ / -		
02 74	-			37 28	*  x			72 14	e <sup>x</sup>		
03 57	*subr			38 74	-			73 74	-		
04 06	6			39 34	RCL			74 01	1		
05 04	4			40 00	0			75 53	)		
06 33	STO			41 94	=			76 58	*rtn		
07 03	3			42 56	*CP						
08 64	x			43 47	*x ≥ t						
09 52	(			44 04	4						
10 34	RCL			45 09	9						
11 02	2			46 34	RCL						
12 74	-			47 04	4						
13 34	RCL			48 41	R/S	x <sub>0</sub>					
14 01	1			49 34	RCL						
15 53	)			50 03	3						
16 54	:			51 47	*x ≥ t						
17 52	(			52 05	5						
18 34	RCL			53 09	9						
19 02	2			54 34	RCL						
20 57	*subr			55 04	4						
21 06	6			56 33	STO						
22 04	4			57 02	2						
23 74	-			58 42	RST						
24 34	RCL			59 34	RCL						
25 03	3			60 04	4						
26 94	=			61 33	STO						
27 59	*pause	'x <sub>0</sub> '		62 01	1						
28 33	STO			63 42	RST						
29 04	4			64 52	(						
30 57	*subr			65 51	CE						

R<sub>0</sub>    ε

R<sub>1</sub>    x<sub>1</sub>

R<sub>2</sub>    x<sub>2</sub>

R<sub>3</sub>    f(x<sub>1</sub>);  
f(x<sub>1</sub>) · f(x<sub>0</sub>)

R<sub>4</sub>    x<sub>0</sub>

**Beachte:** Im PS 27 wird die iterative Zwischenlösung  $x_0$  kurz angezeigt, in PS 33 und PS 34 deren Funktionswert.

Die Abfrage nach der erzielten Genauigkeit ( $|f(x)| < \varepsilon$ ?) erfolgt in der Form ( $|f(x)| - \varepsilon \geq 0$ ?) im PS 43.

Der Sprungbefehl nach PS 59 wird übergangen, falls  $|f(x)| < \varepsilon$  gilt, und die Näherungslösung  $x_0$  in PS 48 fest angezeigt.

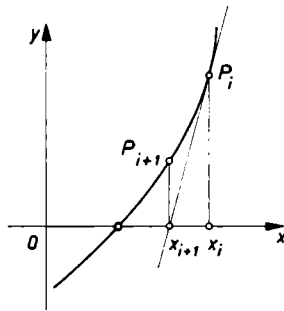
Falls  $f(x_1) \cdot f(x_0) \geq 0$  ist ( $\text{sgn } f(x_1) = \text{sgn } f(x_0)$ ), so wird  $x_0$  mit  $x_1$  vertauscht (PSe 59 bis 62), andernfalls mit  $x_2$  (PSe 54 bis 57) und die nächste Zwischen-

lösungsberechnung mit RST eingeleitet (die Abfrage erfolgt im PS 51).

# Näherungsverfahren von Newton

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$



## BEISPIELE

1.  $x - \cos x = 0 \quad \varepsilon = 1 \cdot 10^{-5}$

$$f(x) = x - \cos x$$

$$f'(x) = 1 + \sin x \quad x_1 = 1$$

Lösung:  $x = 0,73909$

$x$	$f(x)$
1	0,45970
0,75036	0,01892
0,73911	0,00005
0,73909	0,00000

Die UPROs für  $f(x)$  und  $f'(x)$  befinden sich im Programm.

2.  $e^{-x} + \frac{x}{5} - 1 = 0$

$$\varepsilon = 1 \cdot 10^{-5}$$

$$f(x) = e^{-x} + \frac{x}{5} - 1$$

$$f'(x) = -e^{-x} + \frac{1}{5}$$

Es ist  $x_1 = 0$ .

Die zweite Lösung ist zu ermitteln.

Wir wählen  $x_2 = 5$ .

$x$	$f(x)$
5	0,00674
4,96514	0,00000

Lösung:

$x_2 = 4,96514$

## Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1. UPRO für $f(x)$ eingeben		GTO 19	LAN	.....	-
		=	*rtn	LAN	
UPRO für $f'(x)$ eingeben		GTO 58	LAN	.....	
(Winkelmodus wählen)		*rtn	LAN	*RAD	
Anfangswert eingeben	$x_1$	STD 0	RST	*fix 5	
2. Näherungswerte und				R/S	$x_i$
Funktionswerte berechnen				R/S	$f(x_i)$

Bemerkungen: Das UPRO für  $f'(x)$  darf kein = enthalten; die zur Berechnung notwendigen Klammern sind in PS 08 und PS 12 im Programm enthalten.

Im PS 13 wird vor der Anzeige von  $x_{i+1}$  der Wert von  $f'(x_i)$  kurz angezeigt.

Das Verfahren versagt für  $f'(x) = 0$  (Division durch 0  $\Rightarrow$  Blinken der Anzeige).

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			$x_1$
00 34	RCL		
01 00	0		
02 41	R/S	$x_1$	
03 57	*subr		
04 01	1		
05 09	9		
06 41	R/S	$f(x_1)$	
07 54	:		
08 52	(		
09 57	*subr		
10 05	5		
11 08	8		
12 53	)		
13 59	*pause	'f'(x <sub>1</sub> )'	
14 94	=		
15 12	INV		
16 35	SUM		
17 00	0		
18 42	RST		
19 74	-		
20 24	cos		
21 94	=		
22 58	*rtn		
00			

57			
58 01	1		
59 84	+		
60 34	RCL		
61 00	0		
62 23	sin		
63 58	*rtn		

$R_0$	$x_1$
-------	-------

Zu Beispiel 2:

$$f(x) = e^{-x} + \frac{x}{5} - 1$$

19 93	+ / -		
20 14	e <sup>x</sup>		
21 84	+		
22 34	RCL		
23 00	0		
24 54	:		
25 05	5		
26 74	-		
27 01	1		
28 94	=		
29 58	*rtn		
30 00			

$$f'(x) = -e^{-x} + \frac{1}{5}$$

57 00			
58 92	•		
59 02	2		
60 74	-		
61 34	RCL		
62 00	0		
63 93	+ / -		
64 14	e <sup>x</sup>		
65 58	*rtn		

# Hyperbelfunktionen und Areafunktionen

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \quad \coth x = \frac{1}{\tanh x} \quad (x \neq 0)$$

## BEISPIELE

- |           |                         |           |                      |
|-----------|-------------------------|-----------|----------------------|
| <b>1.</b> | $\sinh 2,6 = 6,6947$    | <b>3.</b> | $\tanh 1,8 = 0,9468$ |
| <b>2.</b> | $\cosh (-2,6) = 6,7690$ | <b>4.</b> | $\coth 1,8 = 1,0562$ |

## Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		GTO 42			
Kennzahl eingeben	K	R/S			
	x	R/S			f(x)

**Kennzahlen:**       $\cosh x: K = 1$                        $\sinh x: K = 2$   
                          $\tanh x: K = -3$                        $\coth x: K = 3$

$$\operatorname{arsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\operatorname{arcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad x \geq 1$$

$$\operatorname{artanh} x = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \quad |x| < 1$$

$$\operatorname{arcoth} x = \operatorname{artanh} \frac{1}{x} \quad |x| > 1$$

## BEISPIELE

- |           |  |           |  |
|-----------|--|-----------|--|
| <b>1.</b> | $\operatorname{arsinh} 12,65 = 3,2324$ | <b>3.</b> | $\operatorname{artanh} 0,687 = 0,8423$ |
| <b>2.</b> | $\operatorname{arcosh} 5,64 = 2,4151$  | <b>4.</b> | $\operatorname{arcoth} 4,08 = 0,2502$  |

## Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Kennzahl eingeben	K	R/S			
	x	R/S			f(x)

**Kennzahlen:**       $\operatorname{arsinh} x: K = 2$                        $\operatorname{arcosh} x: K = -2$   
                          $\operatorname{artanh} x: K = 0,5$                        $\operatorname{arcoth} x: K = 0$

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Ein-gabe	31 00	0			66 13	lnx		
				32 47	$**x \geq t$			67 41	R/S	$f(x)$	
				33 03	3			68 22	GTO		
			K	34 07	7			69 04	4		
00 33	STO			35 01	1			70 02	2		
01 00	0			36 54	:			71 41	R/S	0.	x
02 32	$x \rightarrow t$			37 34	RCL			72 84	+		
03 41	R/S		x	38 00	0			73 32	$x \rightarrow t$		
04 33	STO			39 94	=			74 01	1		
05 01	1			40 41	R/S	$f(x)$		75 94	=		
06 52	(			41 42	RST			76 54	:		
07 14	$e^x$			42 56	*CP		K	77 52	(		
08 54	:			43 37	$**x = t$			78 01	1		
09 02	2			44 07	7			79 74	-		
10 74	-			45 01	1			80 32	$x \rightarrow t$		
11 20	$*1/x$			46 33	STO			81 94	=		
12 27	*dsz			47 00	0			82 48	$* \sqrt{x}$		
13 01	1			48 27	*dsz			83 13	lnx		
14 06	6			49 05	5			84 41	R/S	$f(x)$	
15 93	+ / -			50 06	6			85 22	GTO		
16 54	:			51 41	R/S	0.5	x	86 04	4		
17 04	4			52 20	$*1/x$			87 02	2		
18 94	=			53 22	GTO			88			
19 27	*dsz			54 07	7			89			
20 02	2			55 02	2			90			
21 04	4			56 41	R/S	$+ 2.$	x	91			
22 58	*rtn	$f(x)$		57 84	+			92			
23 42	RST			58 52	(			93			
24 54	:			59 43	$x^2$			94			
25 34	RCL			60 84	+			95			
26 01	1			61 34	RCL			96			
27 57	*subr			62 00	0			97			
28 00	0			63 53	)			98			
29 06	6			64 48	$* \sqrt{x}$			99			
30 39	*EXC			65 94	=						

Programm für Hyperbelfunktionen: PS 00 bis PS 41

Programm für Areafunktionen: PS 42 bis PS 87

**Diese Programme sind voneinander unabhängig!**

# Interpolation durch ganzrationale Funktionen

(Polynom  $n$ -ter Ordnung mit  $n + 1$  Stützstellen)

Gegeben ist eine Menge von  $n + 1$  Punkten in der Ebene:

$$P_0(x_0|y_0), P_1(x_1|y_1), \dots, P_n(x_n|y_n)$$

Gesucht ist eine ganzrationale Funktion (Polynom)  $n$ -ter Ordnung

$$p_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n$$

mit der Eigenschaft

$$p_n(x_0) = y_0$$

$$p_n(x_1) = y_1$$

$$\dots\dots\dots$$

$$p_n(x_n) = y_n$$

Für die Lösung benutzen wir die **Interpolationsformel von Newton**.

$$\begin{aligned} p_n(x) = & y_n + (x - x_n) S_{n-1,n} \\ & + (x - x_n)(x - x_{n-1}) S_{n-2,n} \\ & \dots\dots\dots \\ & + (x - x_n)(x - x_{n-1}) \dots (x - x_2)(x - x_1) S_0 \end{aligned}$$

Die Werte  $S_{n-1,n}, S_{n-2,n}, \dots, S_0$  heißen *Steigungen* (auch *Differenzenquotienten*).

Wir erhalten sie durch Aufstellung eines einfachen Schemas<sup>1</sup>:

$i$	$x_i$	$y_i$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
0	$x_0$	$y_0$					
1	$x_1$	$y_1$	$S_{01}$	$S_{02}$			
2	$x_2$	$y_2$	$S_{12}$	$S_{13}$	$S_{03}$	$S_{04}$	
3	$x_3$	$y_3$	$S_{23}$	$S_{24}$	$S_{14}$	$S_{15}$	$S_{05}$
4	$x_4$	$y_4$	$S_{34}$	$S_{35}$	$S_{25}$		
5	$x_5$	$y_5$	$S_{45}$				

Der in jeder Spalte unten stehende Wert wird in der Interpolationsformel benötigt.

1. Steigungen in der Spalte  $S_1$ :  $S_{k,k+1} = \frac{y_k - y_{k+1}}{x_k - x_{k+1}} \quad k = 0, \dots, n$

2. Steigungen in der Spalte  $S_2$ :  $S_{k,k+2} = \frac{S_{k,k+1} - S_{k+1,k+2}}{x_k - x_{k+2}} \quad k = 0, \dots, n - 1$

<sup>1</sup> Sowohl Abstand als auch Reihenfolge der Stützstellen beliebig!

## BEISPIELE

1. Durch  $P_0(1,7|6,5)$ ,  $P_1(9,5|0,6)$ ,  $P_2(4,9|1,7)$ ,  $P_3(7,1|4,5)$ ,  $P_4(3,7|1,2)$  ist eine Parabel 4. Ordnung zu legen.

$p_4(6,0)$  ist zu berechnen.

*Lösung:*  $p_4(6,0) = 3,192$

$i$	$x_i$	$y_i$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
0	1,7	6,5	—0,756410			
1	9,5	0,6	—0,239130	0,161650	—0,146591	
2	4,9	1,7	1,272727	—0,629941	—0,152021	—0,002715
3	7,1	4,5	0,970588	0,251783		
4	3,7	1,2				

2. Durch  $P_0(0|1)$ ,  $P_1(1|\sqrt{2})$ ,  $P_2(2|\sqrt{3})$ ,  $P_3(3|2)$  ist eine kubische Parabel zu legen.

$p_3(0,5)$ ,  $p_3(1,5)$ ,  $p_3(2,5)$  sind zu berechnen.

*Lösung:*

$$p_3(0,5) = 1,222 \quad p_3(1,5) = 1,582 \quad p_3(2,5) = 1,869$$

*Kontrolle:* Es liegt die Funktion  $f(x) = \sqrt{1+x}$  vor:

$$f(0,5) = 1,224745 \quad f(1,5) = 1,581139 \quad f(2,5) = 1,870829$$

$i$	$x_i$	$y_i$	$S_1$	$S_2$	$S_3$
0	0	1			
1	1	$\sqrt{2}$	0,414214	—0,048188	
2	2	$\sqrt{3}$	0,317837	—0,024944	0,007748
3	3	2	0,267949		

Programmdurchführung

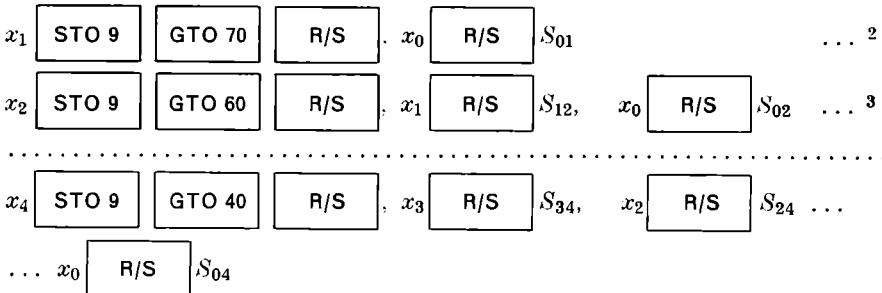
Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1. $y$ - Werte speichern $i = 0(1) n$	$y_i$	STO 1			$y_i$
2. Steigungen berechnen					
$i = 1(1) n$	$x_i$	STO 9			$x_i$
		GTO (8 - i).10	R/S		$y_1 \dots 1$
$j = i - 1(-1) 0$	$x_j$	R/S			$S_{i-j, 1}$
3. Polynomwerte berechnen					
	$x$	STO 9	AST	R/S	$x$
$j = 1(1) i$	$x_j$	R/S			$x$
			CLR	$x \rightarrow t$	$P_1(x)$

Beachte:  $n < 6$ ;  $y_{ii} \triangleq S_{ii}$

Schritt 1:

Im Falle des Beispiels 1 werden zunächst alle  $y$ -Werte gespeichert;  
 $y_0$  in  $R_0$ ,  $y_1$  in  $R_1$ , ...,  $y_4$  in  $R_4$ .

Schritt 2:



Schritt 3:

Es werden die Polynomwerte  $P_4(x)$  für  $x \in [x_0, x_1, x_2, x_3, x_4]$  errechnet.

Bemerkungen zum Programm:

Mit Hilfe des UPROs 82 (Berechnung der Kehrwerte der benötigten  $x$ -Differenzen) werden die Steigungen berechnet.

Mit Hilfe des UPROs 89 (Horner-Schema) werden die Polynomwerte errechnet, die jeweiligen Zwischensummen werden im T-Register gespeichert, wo der Endwert abgerufen wird.

<sup>1</sup> GOTO 70, 60, 50, 40, 30

<sup>2</sup> Damit ist die Gerade durch  $P_0$  und  $P_1$  festgelegt.

<sup>3</sup> Damit ist die Parabel 2. Ordnung durch  $P_0, P_1, P_2$  festgelegt.



## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Ein-gabe	31 05	5			66 08	8		
				32 12	INV			67 02	2		
				33 35	SUM			68 30	*PROD		
				34 04	4			69 01	1		
00 34	RCL			35 57	*subr			70 34	RCL		
01 00	0			36 08	8			71 01	1		
02 57	*subr			37 02	2			72 12	INV		
03 08	8			38 30	*PROD			73 35	SUM		
04 09	9			39 04	4			74 00	0		
05 34	RCL			40 34	RCL			75 57	*subr		
06 01	1			41 04	4			76 08	8		
07 57	*subr			42 12	INV			77 02	2		
08 08	8			43 35	SUM			78 30	*PROD		
09 09	9			44 03	3			79 00	0		
10 34	RCL			45 57	*subr			80 34	RCL		
11 02	2			46 08	8			81 00	0		
12 57	*subr			47 02	2			82 41	R/S	$S_{i-j,1}$	$x_j$
13 08	8			48 30	*PROD			83 74	-		
14 09	9			49 03	3			84 34	RCL		
15 34	RCL			50 34	RCL			85 09	9		
16 03	3			51 03	3			86 94	=		
17 57	*subr			52 12	INV			87 20	*1/ x		
18 08	8			53 35	SUM			88 58	*rtn		
19 09	9			54 02	2			89 94	=		
20 34	RCL			55 57	*subr			90 64	x		
21 04	4			56 08	8			91 32	$x = t$		
22 57	*subr			57 02	2			92 52	(		
23 08	8			58 30	*PROD			93 34	RCL		
24 09	9			59 02	2			94 09	9		
25 34	RCL			60 34	RCL			95 74	-		
26 05	5			61 02	2			96 41	R/S	x	$x_1$
27 57	*subr			62 12	INV			97 53	)		
28 08	8			63 35	SUM			98 84	+		
29 09	9			64 01	1			99 58	*rtn		
30 34	RCL			65 57	*subr						

$R_0$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$
$R_5$	$R_6$	$R_7$	$R_8$	$R_9$



## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 06	6			66 01	1		
				32 32	$x \rightarrow t$			67 32	$x \rightarrow t$		
				33 30	*PROD			68 34	RCL		
			$x_i$	34 05	5			69 00	0		
00 93	+/-			35 32	$x \rightarrow t$			70 35	SUM		
01 30	*PROD			36 34	RCL			71 01	1		
02 09	9			37 04	4			72 32	$x \rightarrow t$		
03 32	$x \rightarrow t$			38 35	SUM			73 30	*PROD		
04 34	RCL			39 05	5			74 00	0		
05 08	8			40 32	$x \rightarrow t$			75 93	+/-		
06 35	SUM			41 30	*PROD			76 41	R/S	$x_1$	
07 09	9			42 04	4			77 42	RST		
08 32	$x \rightarrow t$			43 32	$x \rightarrow t$			78			
09 30	*PROD			44 34	RCL			79			
10 08	8			45 03	3			80			
11 32	$x \rightarrow t$			46 35	SUM			81			
12 34	RCL			47 04	4			82			
13 07	7			48 32	$x \rightarrow t$			83			
14 35	SUM			49 30	*PROD			84			
15 08	8			50 03	3			85			
16 32	$x \rightarrow t$			51 32	$x \rightarrow t$			86			
17 30	*PROD			52 34	RCL			87			
18 07	7			53 02	2			88			
19 32	$x \rightarrow t$			54 35	SUM			89			
20 34	RCL			55 03	3			90			
21 06	6			56 32	$x \rightarrow t$			91			
22 35	SUM			57 30	*PROD			92			
23 07	7			58 02	2			93			
24 32	$x \rightarrow t$			59 32	$x \rightarrow t$			94			
25 30	*PROD			60 34	RCL			95			
26 06	6			61 01	1			96			
27 32	$x \rightarrow t$			62 35	SUM			97			
28 34	RCL			63 02	2			98			
29 05	5			64 32	$x \rightarrow t$			99			
30 35	SUM			65 30	*PROD						

$R_0$	$a_0$	$R_1$	$a_1$	$R_2$	$a_2$	$R_3$	$a_3$	$R_4$	$a_4$
$R_5$	$a_5$	$R_6$	$a_6$	$R_7$	$a_7$	$R_8$	$a_8$	$R_9$	$a_9$

## Querschnittswerte

Sowohl für Maschinenbauer als auch für Bauingenieure ist die Berechnung von Flächeninhalt und Trägheitsmomenten von geradlinig begrenzten Querschnitten von grundlegender Bedeutung.

Wenn ein  $n$ -Eck durch die Koordinaten der Eckpunkte, also durch  $(x_1|y_1), (x_2|y_2), \dots, (x_n|y_n)$  gegeben ist, so gelten folgende Formeln:

Flächenformel von Gauß:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (x_k y_{k+1} - x_{k+1} y_k)$$

Koordinaten des Schwerpunkts:

$$x_s = \frac{M_y}{A} = \frac{\frac{1}{6} \sum_{k=1}^n (x_k y_{k+1} - x_{k+1} y_k) (x_k + x_{k+1})}{A}$$

$$y_s = \frac{M_x}{A} = \frac{\frac{1}{6} \sum_{k=1}^n (x_k y_{k+1} - x_{k+1} y_k) (y_k + y_{k+1})}{A}$$

Trägheitsmomente:

$$I_x = \int y^2 dA = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^n (x_k y_{k+1} - y_k x_{k+1}) [(y_k + y_{k+1})^2 - y_k y_{k+1}]$$

$$I_y = \int x^2 dA = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^n (x_k y_{k+1} - y_k x_{k+1}) [(x_k + x_{k+1})^2 - x_k x_{k+1}]$$

$$I_{xy} = \int xy dA = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^n \left\{ (x_k y_{k+1} - y_k x_{k+1}) \left[ (x_k + x_{k+1})(y_k + y_{k+1}) - \frac{1}{2} (x_k y_{k+1} + y_k x_{k+1}) \right] \right\}$$

$$I_{sx} = I_x - y_s^2 A$$

$$I_{sy} = I_y - x_s^2 A$$

$$I_{sx_y} = I_{xy} - x_s y_s A$$

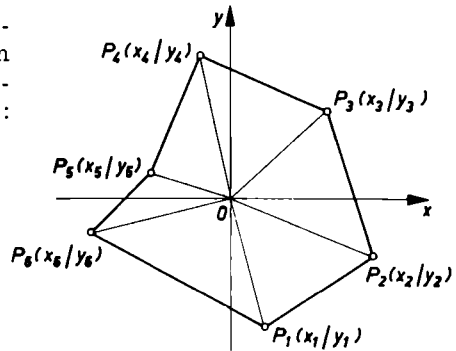
Hauptträgheitsmomente:

$$I_1 = \frac{I_{sx} + I_{sy}}{2} + \frac{I_{sx} - I_{sy}}{2} \cos 2\alpha_0 - I_{sx_y} \sin 2\alpha_0$$

$$I_2 = \frac{I_{sx} + I_{sy}}{2} - \frac{I_{sx} - I_{sy}}{2} \cos 2\alpha_0 + I_{sx_y} \sin 2\alpha_0$$

$$\text{mit } \tan 2\alpha_0 = \frac{-2 I_{sx_y}}{I_{sx} - I_{sy}}$$

$$\text{Es gilt: } I_p = I_{sx} + I_{sy} = I_1 + I_2$$



Beachte:

$$P_{n+1} = P_1$$

$$(x_{n+1} = x_1; y_{n+1} = y_1)$$

# **Programmdurchführung**

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		*C M s	RST		
Punktkoordinaten eingeben	$x_k$	$x \rightarrow t$			
	$y_k$	R/S			".5"
		CE			.5

## **BEISPIEL**

Gegeben:  $P_1(0|0)$ ,  $P_2(6|0)$ ,  $P_3(6|4)$ ,  
 $P_4(0|4)$ ,  $P_5(2|3)$ ,  $P_6(6|3)$ ,  
 $P_7(6|1)$ ,  $P_8(2|1)$ ,  $P_9(2|3)$ ,  
 $P_{10}(0|4)$

Gesucht: Querschnittswerte

*Lösung:*

$$\begin{aligned}
 A &= 16 & M_x &= 36 & M_y &= 44 \\
 I_x &= 107,33 & I_y &= 179,33 & I_{xy} &= 102 \\
 & & x_s &= 2,75 & y_s &= 2,25 \\
 I_{s_x} &= 26,33 & I_{s_y} &= 58,33 & I_{s_x s_y} &= 3 \\
 I_2 &= 58,61 & I_1 &= 26,0 \\
 \alpha_0 &= 10,62^\circ & I_p &= 84,665
 \end{aligned}$$

RST	R/S		
RCL 1			A
RCL 2			$M_x$
RCL 3			$M_y$
RCL 4			$I_x$
RCL 5			$I_y$
RCL 6			$I_{xy}$
R/S			
RCL 2			$x_s$
RCL 3			$y_s$
RCL 4			$I_{s_x}$
RCL 5			$I_{s_y}$
RCL 6			$I_{s_x s_y}$
RCL 7			$I_2$
RCL 8			$I_1$
RCL 9			$\alpha_0$
RCL 0			$I_p$

*Beachte:*

Mit dem Programm 1 werden die Werte  $R_1$  bis  $R_6$  berechnet.

Mit dem Programm 2 werden aus diesen Werten die gefragten Querschnittswerte berechnet.

Bei der Berechnung der Querschnittswerte mehrerer Profile müssen daher die Werte  $R_1$  bis  $R_6$  notiert und später — vor der Durchführung des 2. Programms — entsprechend abgespeichert werden.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 52	(			66 64	x		
				32 32	$x \rightarrow t$			67 34	RCL		
				33 43	$x^2$			68 09	9		
			P <sub>k</sub>	34 84	+			69 35	SUM		
00 74	-			35 03	3			70 07	7		
01 39	*EXC			36 64	x			71 64	x		
02 08	8			37 34	RCL			72 34	RCL		
03 93	+/-			38 09	9			73 00	0		
04 35	SUM			39 43	$x^2$			74 35	SUM		
05 08	8			40 94	=			75 08	8		
06 94	=			41 35	SUM			76 94	=		
07 33	STO			42 05	5			77 64	x		
08 00	0			43 32	$x \rightarrow t$			78 32	$x \rightarrow t$		
09 32	$x \rightarrow t$			44 64	x			79 30	*PROD		
10 74	-			45 52	(			80 09	9		
11 39	*EXC			46 32	$x \rightarrow t$			81 30	*PROD		
12 07	7			47 34	RCL			82 00	0		
13 93	+/-			48 08	8			83 94	=		
14 35	SUM			49 43	$x^2$			84 35	SUM		
15 07	7			50 84	+			85 06	6		
16 94	=			51 03	3			86 34	RCL		
17 33	STO			52 64	x			87 09	9		
18 09	9			53 34	RCL			88 35	SUM		
19 64	x			54 00	0			89 03	3		
20 34	RCL			55 43	$x^2$			90 34	RCL		
21 08	8			56 94	=			91 00	0		
22 74	-			57 35	SUM			92 35	SUM		
23 34	RCL			58 04	4			93 02	2		
24 07	7			59 34	RCL			94 92	.		
25 64	x			60 07	7			95 05	5		
26 32	$x \rightarrow t$			61 64	x			96 30	*PROD		
27 94	=			62 34	RCL			97 07	7		
28 35	SUM			63 08	8			98 30	*PROD		
29 01	1			64 84	+			99 08	8	"5"	
30 64	x			65 03	3						

R <sub>0</sub> y <sub>k-1</sub> +y	R <sub>1</sub> 4 A	R <sub>2</sub> 12 M <sub>x</sub>	R <sub>3</sub> 12 M <sub>y</sub>	R <sub>4</sub> 96 I <sub>x</sub>
R <sub>5</sub> 96 I <sub>y</sub>	R <sub>6</sub> 96 I <sub>xy</sub>	R <sub>7</sub> x <sub>k</sub> ; Δx	R <sub>8</sub> y <sub>k</sub> ; Δy	R <sub>9</sub> x <sub>k-1</sub> + x <sub>k</sub>

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Ein- gabe	31 34	RCL			66 07	7		
				32 03	3			67 35	SUM		
				33 43	$x^2$			68 00	0		
				34 94	=			69 94	=		
00 04	4			35 35	SUM			70 54	:		
01 20	$\ast 1/x$			36 05	5			71 02	2		
02 30	$\ast PROD$			37 32	$x \rightleftharpoons t$			72 94	=		
03 01	1			38 64	x			73 35	SUM		
04 54	:			39 32	$x \rightleftharpoons t$			74 07	7		
05 03	3			40 34	RCL			75 32	$x \rightleftharpoons t$		
06 54	:			41 02	2			76 34	RCL		
07 30	$\ast PROD$			42 43	$x^2$			77 06	6		
08 02	2			43 94	=			78 26	$\ast f(n)$		
09 30	$\ast PROD$			44 35	SUM			79 03	R $\rightarrow$ P		
10 03	3			45 04	4			80 54	:		
11 08	8			46 34	RCL			81 02	?		
12 94	=			47 02	2			82 94	=		
13 30	$\ast PROD$			48 39	$\ast EXC$			83 33	STO		
14 04	4			49 03	3			84 09	9		
15 30	$\ast PROD$			50 64	x			85 34	RCL		
16 05	5			51 39	$\ast EXC$			86 07	7		
17 30	$\ast PROD$			52 02	2			87 74	-		
18 06	6			53 64	x			88 32	$x \rightleftharpoons t$		
19 41	R/S			54 32	$x \rightleftharpoons t$			89 35	SUM		
20 34	RCL			55 94	=			90 07	7		
21 01	1			56 35	SUM			91 94	=		
22 12	INV			57 06	6			92 33	STO		
23 30	$\ast PROD$			58 34	RCL			93 08	8		
24 02	2			59 05	5			94 41	R/S		
25 12	INV			60 33	STO			95			
26 30	$\ast PROD$			61 00	0			96			
27 03	3			62 74	-			97			
28 93	+/-			63 34	RCL			98			
29 64	x			64 04	4			99			
30 32	$x \rightleftharpoons t$			65 33	STO						

$R_0$ ; $I_p$	$R_1$ 4 A ; A	$R_2$ $M_x$ ; $x_s$	$R_3$ $M_y$ ; $y_s$	$R_4$ $I_x$ ; $I_{s_x}$
$R_5$ $I_y$ ; $I_{s_y}$	$R_6$ $I_{xy}$ ; $I_{s_x s_y}$	$R_7$ ; $I_2$	$R_8$ ; $I_1$	$R_9$ ; $\alpha_0$

Numerische Integration

Den Inhalt

A = \int\_a^b f(x) dx

der Fläche unter der Kurve y = f(x) von x = a bis x = b kann man z. B. mit Hilfe der **Simpson-Regel**

A\_n = \frac{b-a}{6n} [y\_0 + y\_{2n} + 4(y\_1 + y\_3 + \dots + y\_{2n-1}) + 2(y\_2 + y\_4 + \dots + y\_{2n-2})] \dots^1

berechnen, die für Polynome vom Grad n ≤ 3 exakte Werte liefert.


BEISPIEL

Berechne mit Hilfe der Simpson-Regel den Wert von \int\_0^4 e^{0,8x} dx. \dots^2

Lösung: ^1

n	A_n	Zum Vergleich:
1	30,229773	\int_0^4 e^{0,8x} dx = \frac{e^{0,8x}}{0,8} \Big _0^4 = 29,415663
2	29,477821	
4	29,419768	
8	29,415923	

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
UPRO für f(x) eingeben		GTD 79	LAN	.....	
(x im X-Register und in R6 ,		..f(x)..	*rtn	LAN	
 darf verwendet werden)					
untere und	a	RST	R/S		1.
obere Grenze eingeben	b	R/S			A1
				R/S	A2
				⋮	⋮

<sup>1</sup> n ... Anzahl der Doppelstreifen.  
<sup>2</sup> UPRO für f(x) = e^{0,8x} im Programm!



## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Ein-gabe	31 12	INV			66 34	RCL		
				32 30	*PROD			67 01	1		
				33 05	5			68 94	=		
			a	34 30	*PROD			69 64	x		
00 38	*OMs			35 07	7			70 34	RCL		
01 33	STO			36 34	RCL			71 05	5		
02 04	4			37 04	4			72 54	:		
03 12	INV			38 84	+			73 03	3		
04 35	SUM			39 34	RCL			74 94	=		
05 05	5			40 05	5			75 41	R/S	A <sub>n</sub>	
06 57	*subr			41 94	=			76 22	GTO		
07 07	7			42 35	SUM			77 02	2		
08 09	9			43 06	6			78 02	2		
09 33	STO			44 34	RCL			79 64	x		
10 01	1			45 06	6			80 92	.		
11 01	1			46 57	*subr			81 08	8		
12 33	STO			47 07	7			82 94	=		
13 07	7			48 09	9			83 14	e <sup>x</sup>		
14 41	R/S	1.	b	49 35	SUM			84 58	*rtn		
15 35	SUM			50 03	3			85			
16 05	5			51 34	RCL			86			
17 57	*subr			52 05	5			87			
18 07	7			53 27	*dsz			88			
19 09	9			54 03	3			89			
20 35	SUM			55 08	8			90			
21 01	1			56 34	RCL			91			
22 34	RCL			57 03	3			92			
23 07	7			58 35	SUM			93			
24 39	*EXC			59 02	2			94			
25 00	0			60 84	+			95			
26 33	STO			61 34	RCL			96			
27 03	3			62 02	2			97			
28 33	STO			63 84	+			98			
29 06	6			64 51	CE			99			
30 02	2			65 84	+						

$R_0$ $\overset{n}{\text{als Zähler}}$	$R_1$ $f(a) + f(b)$	$R_2$ $\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i})$	$R_3$ $\sum_{i=1}^n f(x_{2i-1})$	$R_4$ $a$
$R_5$ $\frac{b-a}{2n} = h_{2n}$	$R_6$ $x_{2i-1}$	$R_7$ $n; 2n$	$R_8$	$R_9$

# RUNGE-KUTTA-Verfahren für Differentialgleichungen 1. Ordnung

Gegeben:  $y' = f(x,y)$  und  $(x_0|y_0)$  als Ausgangslösung

Gesucht: Näherungslösungen  $(x_i|y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots$

Methode:  $x_i = x_{i-1} + h$   
 $y_i = y_{i-1} + K_i$

$h$  ... zu wählende Schrittweite (konstant)

$$K_i = \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

mit

$$k_1 = h \cdot f(x_{i-1}, y_{i-1})$$

$$k_2 = h \cdot f\left(x_{i-1} + \frac{h}{2}, y_{i-1} + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = h \cdot f\left(x_{i-1} + \frac{h}{2}, y_{i-1} + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = h \cdot f(x_{i-1} + h, y_{i-1} + k_3)$$

**Programmdurchführung**

**BEISPIEL**

$$y' = \sqrt{1 + 2y} \cdot e^{-x}$$

$x_0 = 0, y_0 = 1,5$

$x_i$	$y_i$
0	1,5
0,1	1,705 341 413
0,2	1,922 793 104
0,3	2,154 626 769
0,4	2,403 278 647
0,5	2,671 343 786
0,6	2,961 575 946
0,7	3,276 891 474
0,8	3,620 375 854
0,9	3,995 291 955
1,0	4,405 089 237

Beachte:

Exakte Lösung:

$$y(1,0) = 4,4050896$$

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
UPRO für $y' = f(x,y)$ eingeben		GTO 47	LRN	.....	
$R1 = x ; x = y$		.....	.....	.....	
		.....	x	RCL 3	
		*rtn	LRN	RST	
Anfangswert eingeben	$x_0$	STO 1			$x_0$
	$y_0$	STO 2			$y_0$
	$h/2$	STO 3			$h/2$
Näherungswerte berechnen				R/S	$x_1$
				R/S	$y_1$
				R/S	$x_2$
				R/S	$y_2$
				R/S	$x_3$
				:	:
				:	:

Programm

				31 03	3			66				
				32 94	=			67				
				33 35	SUM			68				
				34 02	2			69				
00 00	0			35 34	RCL			70				
01 33	STO			36 01	1			71	x	y		
02 04	4			37 41	R/S	$x_i$		72	::	::		
03 57	*subr			38 34	RCL			73	R <sub>1</sub>	x		
04 04	4			39 02	2			74				
05 02	2			40 41	R/S	$y_i$		75				
06 35	SUM			41 42	AST			76				
07 01	1			42 35	SUM			77				
08 84	+			43 04	4			78				
09 57	*subr			44 34	RCL			79				
10 04	4			45 02	2			80				
11 02	2			46 94	=			81				
12 84	+			47	↑			82				
13 35	SUM			48				83				
14 04	4			49				84				
15 57	*subr			50				85				
16 04	4			51				86				
17 02	2			52				87				
18 35	SUM			53				88				
19 01	1			54				89				
20 84	+			55				90				
21 51	CE			56				91				
22 84	+			57				92				
23 57	*subr			58	$f(x, y)$			93				
24 04	4			59	$f =$			94				
25 02	2			60	$y$			95				
26 84	+			61				96 64	x			
27 34	RCL			62	0			97 34	RCL			
28 04	4			63	R			98 03	3			
29 94	=			64	P			99 58	*rtn			
30 54	:			65	U							

$R_0$	$R_1 \quad x_i$	$R_2 \quad y_i$	$R_3 \quad h/2$	$R_4 \quad \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^3 k_i$
$R_5$	$R_6$	$R_7$	$R_8$	$R_9$

# Arbeitszeitermittlung

Gegeben seien für Montag bis Freitag jeweils die Beginnzeit  $t_1$  und die Schlußzeit  $t_2$ . ...<sup>2</sup>

Es ist ein Programm für die Berechnung der wöchentlichen Arbeitszeit und der Zuschlagszeit zu schreiben.

Zeit mit Zuschlägen:

0.00— 6.00    100% Zuschlag  
6.00— 7.00    50% Zuschlag  
18.00—20.00    50% Zuschlag  
20.00—24.00    100% Zuschlag

Pausen:

9 Uhr— 9 Uhr 15  
12 Uhr—12 Uhr 30

	Mo	Di	Fr	
Eingabe:	$\overbrace{t_1, t_2}$	$\overbrace{t_1, t_2}, \dots$	$\overbrace{t_1, t_2}$	$\dots^2$
Ausgabe:	Mo	$t_1$ $t_2$	Arbeitszeit	Zuschlagszeit
	..	..   ..	.....	.....
	Fr	$t_1$ $t_2$	Arbeitszeit	Zuschlagszeit
			Gesamtarbeitszeit	Gesamtzuschlagszeit

BEISPIEL

Mo 6.00—17.00                      Di 5.00—14.00                      Mi 3.00—12.25  
Do 9.16—24.00                      Fr 7.00—12.00

Lösung:    Gesamtarbeitszeit    46.25  
              Gesamtzuschlagszeit    9.50

Beachte:     $x_1 = 6, \quad x_2 = 7, \dots, \quad x_8 = 20$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
E: Verrechnungsgrenzen	$x_1$	STO 1			
Initialisieren	0	STO 0	STO 9		0.
Arbeitsbeginn	Uhrzeit	R/S			
Arbeitsende	Uhrzeit	R/S			$\sum A.$
				$x \leftarrow t$	$\sum \ddot{u}.$

<sup>1</sup> Annahme: Betriebsschluß Freitag 24 Uhr.  
<sup>2</sup> Alle Zeiten in dezimalunterteilten Stunden.

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 33	STO			66 33	STO		
				32 00	0			67 09	9		
				33 34	RCL			68 32	$\times \rightarrow t$		
				34 08	8			69 34	RCL		
00 32	$\times \rightarrow t$			35 57	*subr			70 00	0		
01 34	RCL			36 07	7			71 41	R/S		
02 06	6			37 03	3			72 42	RST		
03 57	*subr			38 34	RCL			73 74	-		
04 07	7			39 01	1			74 52	(		
05 03	3			40 57	*subr			75 32	$\times \rightarrow t$		
06 34	RCL			41 07	7			76 74	-		
07 05	5			42 03	3			77 32	$\times \rightarrow t$		
08 57	*subr			43 34	RCL			78 53	)		
09 07	7			44 07	7			79 28	$\times  x $		
10 03	3			45 57	*subr			80 94	=		
11 34	RCL			46 07	7			81 93	+ / -		
12 04	4			47 03	3			82 84	+		
13 57	*subr			48 34	RCL			83 52	(		
14 07	7			49 02	2			84 58	*rtn		
15 03	3			50 57	*subr			85 00	0		
16 34	RCL			51 07	7			86 94	=		
17 03	3			52 03	3			87 54	:		
18 57	*subr			53 57	*subr			88 02	2		
19 07	7			54 08	8			89 84	+		
20 03	3			55 05	5			90 52	(		
21 57	*subr			56 57	*subr			91 00	0		
22 08	8			57 08	8			92 58	*rtn		
23 05	5			58 05	5			93			
24 57	*subr			59 57	*subr			94			
25 07	7			60 07	7			95			
26 03	3			61 03	3			96			
27 34	RCL			62 34	RCL			97			
28 00	0			63 09	9			98			
29 93	+ / -			64 93	+ / -			99			
30 94	=			65 94	=						

$R_0 \sum$ Arbeitsstunden	$R_1 \quad x_1$	$R_2 \quad x_2$	$R_3 \quad x_3$	$R_4 \quad x_4$
$R_5 \quad x_5$	$R_6 \quad x_6$	$R_7 \quad x_7$	$R_8 \quad x_8$	$R_9 \sum$ Überstundenzuschlag

## Steigungsfunktion (Numerische Differentiation)

Es ist ein Programm zu schreiben für die näherungsweise Berechnung von Werten der Steigungsfunktion.

Es gilt: 
$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

3.14159	PRT
0.00000	PRT
0.52360	PRT
0.00010	PRT

Eingabe: U ... untere Grenze  
 O ... obere Grenze  
 S ... Schrittweite

0.00000	PRT
0.00000	PRT
0.00000	PRT

BEISPIEL

0.52360	PRT
0.02360	PRT
0.13400	PRT

$f(x) = x - \sin x$

mit

1.04720	PRT
0.18117	PRT
0.50004	PRT

$U = 0 \quad O = \pi$

$S = \pi/6$


(\* fix 5)

1.57080	PRT
0.57080	PRT
1.00005	PRT

Zum Vergleich die „korrekten“ Werte:

0	2.09440	PRT
0,13397	1.22837	PRT
0,50000	1.50004	PRT
1,00000	2.61799	PRT
1,50000	2.11799	PRT
1,86603	1.86605	PRT
2,00000	3.14159	PRT
	3.14159	PRT
	2.00000	PRT

### Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
UPAD für $f(x)$ eingeben		GTO 54	LRN	(	
( darf kein  enthalten )		.....	$f(x)$	.....	
		)	*rtn	LRN	
Winkelmodus wählen		*RAD			
eingeben : obere Grenze	O	RST	R/S		O
untere Grenze	U	R/S			O - U
Schrittweite	S	R/S			n
	$\Delta x$	R/S			

**Beachte:** Die in der Spalte „Anzeige“ notierten Größen sind die tatsächlich angezeigten Größen und entsprechen **nicht** den ausgedruckten Werten.

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 74	-		
				32 34	RCL		
				33 01	1		
			0	34 98	*pap		
00 97	*prt	0		35 97	*prt	$x_0$	
01 74	-			36 57	*subr		
02 41	R/S		U	37 05	5		
03 33	STD			38 04	4		
04 01	1			39 97	*prt	$f(x_0)$	
05 33	STD			40 94	=		
06 06	6			41 54	:		
07 97	*prt	U		42 34	RCL		
08 94	=			43 02	2		
09 54	:			44 94	=		
10 41	R/S		S	45 97	*prt	$f'(x_0)$	
11 33	STD			46 34	RCL		
12 05	5			47 05	5		
13 97	*prt	S		48 35	SUM		
14 84	+			49 01	1		
15 01	1			50 27	*dsz		
16 94	=			51 02	2		
17 29	*Int			52 04	4		
18 33	STD			53 41	R/S		
19 00	0			54 52	(		
20 41	R/S		$\Delta x$	55 51	CE		
21 97	*prt	$\Delta x$		56 74	-		
22 33	STD			57 23	sin		
23 02	2			58 53	)		
24 35	SUM			59 58	*rtn		
25 06	6			60			
26 34	RCL			61			
27 06	6			62			
28 57	*subr			63			
29 05	5			64			
30 04	4			65			

$R_0$	n	$R_1$	$x_0$	$R_2$	$\Delta x$
$R_5$	S	$R_6$	$x_0 + \Delta x$	$R_7$	

## Bemerkung:

Ohne Verwendung des Druckers PC-100 oder PC-100 A sind die Befehle 00, 07, 13, 21, 34

durch **\*NOP** und die

Befehle 35, 39, 45 durch

**R/S** oder **\*pause**

zu ersetzen.

Im Programm ist (PS 54 bis PS 59) das Unterprogramm für

$$f(x) = x - \sin x$$

angegeben.

PS 55 dient hier als Blindoperation zur Erhaltung der im X-Register stehenden Werte  $x_0$  bzw.  $x_0 + \Delta x$ .

## Vektorrechnung

### Skalarprodukt zweier Vektoren, Winkel zwischen zwei Vektoren

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
2	R/S	2.
a <sub>x</sub>	R/S	
a <sub>y</sub>	R/S	
a <sub>z</sub>	R/S	$ \vec{a} $
b <sub>x</sub>	R/S	
b <sub>y</sub>	R/S	0
b <sub>z</sub>	R/S	$ \vec{b} $
	R/S	$\varphi$
	x↔t	$\vec{a} \cdot \vec{b}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi; \quad \varphi = \angle(\vec{a}, \vec{b})$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

#### BEISPIEL

Gegeben:  $\vec{a} = (5, -2, 1)$

$$\vec{b} = (-3, -4, 2)$$

Gesucht:  $\angle(\vec{a}, \vec{b})$ ,  $|\vec{a}|$ ,  $|\vec{b}|$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$

Lösung:  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 99,76^\circ$

$$|\vec{a}| = 5,48; \quad |\vec{b}| = 5,39; \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = -5$$

### Vektorprodukt zweier Vektoren

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
1	R/S	1.
a <sub>x</sub>	R/S	
a <sub>y</sub>	R/S	
a <sub>z</sub>	R/S	$ \vec{a} $
b <sub>x</sub>	R/S	
b <sub>y</sub>	R/S	
b <sub>z</sub>	R/S	c <sub>x</sub>
	R/S	c <sub>y</sub>
	R/S	c <sub>z</sub>

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_y b_z - b_y a_z \\ a_z b_x - b_z a_x \\ a_x b_y - b_x a_y \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

#### BEISPIELE

1. Gegeben:  $\vec{a} = (3, 4, 0)$ ,

$$\vec{b} = (-5, 12, 0)$$

Gesucht:  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

$$\text{Lösung: } \vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = (0, 0, 56)$$

2. Es sind Vektoren anzugeben, die sowohl zu

$$\vec{a} = (2, 0, 5) \text{ als auch zu}$$

$$\vec{b} = (1, -5, 2) \text{ normal sind.}$$

$$\begin{aligned} \text{Lösung: } \vec{n} &= \lambda (\vec{a} \times \vec{b}) = \\ &= \lambda (25, 1, -10) \end{aligned}$$

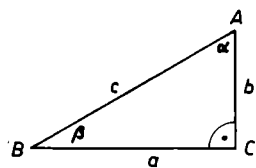


## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 04	4			66 26	$*f(n)$		
				32 41	R/S	$b_x$	$b_y$	67 03	$R \rightarrow P$		
				33 30	*PR00			68 15	CLR		
			1 ; 2	34 05	5			69 41	R/S	0	$b_z$
00 33	STO			35 30	*PR00			70 64	x		
01 00	0			36 02	2			71 26	$*f(n)$		
02 41	R/S	1 ; 2	$a_x$	37 41	R/S	$b_y$	$b_z$	72 03	$R \rightarrow P$		
03 33	STO			38 30	*PR00			73 34	RCL		
04 01	1			39 01	1			74 04	4		
05 33	STO			40 74	-			75 84	+		
06 02	2			41 34	RCL			76 34	RCL		
07 32	$x \rightarrow t$			42 05	5			77 01	1		
08 41	R/S		$a_y$	43 94	=			78 84	+		
09 33	STO			44 41	R/S	$c_x$		79 34	RCL		
10 03	3			45 34	RCL			80 03	3		
11 64	x			46 04	4			81 94	=		
12 26	$*f(n)$			47 74	-			82 54	:		
13 03	$R \rightarrow P$			48 34	RCL			83 32	$x \rightarrow t$ ( $\vec{a}, \vec{b}$ )		
14 41	R/S		$a_z$	49 01	1			84 41	R/S	$ \vec{b} $	
15 33	STO			50 94	=			85 54	:		
16 04	4			51 41	R/S	$c_y$		86 34	RCL		
17 33	STO			52 34	RCL			87 06	6		
18 05	5			53 02	2			88 94	=		
19 26	$*f(n)$			54 74	-			89 12	INV		
20 03	$R \rightarrow P$			55 34	RCL			90 24	cos		
21 32	$x \rightarrow t$			56 03	3			91 41	R/S	$\varphi$	
22 33	STO			57 94	=			92 42	RST		
23 06	6			58 41	R/S	$c_z$		93			
24 41	R/S	$ \vec{a} $	$b_x$	59 42	RST			94			
25 27	*dsz			60 30	*PR00			95			
26 06	6			61 01	1			96			
27 00	0			62 32	$x \rightarrow t$			97			
28 30	*PR00			63 41	R/S		$b_y$	98			
29 03	3			64 30	*PR00			99			
30 30	*PR00			65 03	3						

$R_0$ Zeiger	$R_1 a_x b_z ; a_x b_x$	$R_2 a_x b_y ; a_x$	$R_3 a_y b_x ; a_y b_y$	$R_4 a_z b_x ; a_z$
$R_5 a_z b_y ; a_z$	$R_6  \vec{a} $	$R_7$	$R_8$ belegt	$R_9$ belegt

Rechtwinklige Dreiecke



Gegeben:  $c, \alpha$   
Gesucht:  $a, b, \beta$

$\beta = \arccos(\sin \alpha)$ ;  $P \rightarrow R: (\beta; c) \rightarrow (a; b)$

BEISPIEL

$c = 15,13$   
 $\alpha = 35,34^\circ$

*Lösung:*  $a = 8,75$   
 $b = 12,34$   
 $\beta = 54,66^\circ$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
$c, \alpha$					
Kennzahl eingeben	1	R/S			1.
Seite und	c	R/S			
Winkel eingeben, gesuchte	$\alpha$	R/S			$\beta$
Größen berechnen				R/S	b
				R/S	a

Gegeben:  $a, \alpha$   
Gesucht:  $b, c, \beta$

$b = \frac{a}{\tan \alpha}$ ;  $R \rightarrow P: (a; b) \rightarrow (\beta; c)$

BEISPIEL

$a = 18,10$   
 $\alpha = 52,48^\circ$

*Lösung:*  $b = 13,90$   
 $c = 22,82$   
 $\beta = 37,52^\circ$

$a, \alpha$					
Kennzahl eingeben	2	R/S			2.
Seite und	a	R/S			
Winkel eingeben, gesuchte	$\alpha$	R/S			b
Größen berechnen				R/S	$\beta$
				R/S	c

Gegeben:  $a, \beta$

Gesucht:  $b, c, \alpha$

$b = a \cdot \tan \beta; \quad R \rightarrow P: (b; a) \rightarrow (\alpha; c)$

BEISPIEL

$a = 3,51$

$\beta = 50,05^\circ$

*Lösung:*  $b = 4,19$

$c = 5,47$

$\alpha = 39,95^\circ$

$a, \beta$					
Kennzahl eingeben	3	R/S			3.
Seite und	a	R/S			
Winkel eingeben, gesuchte	$\beta$	R/S			b
Größen berechnen				R/S	$\alpha$
				R/S	c

Gegeben:  $a, b$

Gesucht:  $c, \alpha, \beta$

$\tan \alpha = \frac{a}{b} \quad R \rightarrow P: (c; b) \rightarrow (\beta; c); \quad \alpha = \arccos(\sin \beta)$

BEISPIEL

$a = 5,80$

$b = 3,23$

*Lösung:*  $c = 6,64$

$\alpha = 60,89^\circ$

$\beta = 29,11^\circ$

$a, b$					
Kennzahl eingeben	4	R/S			4.
Seiten eingeben	a	R/S			
und gesuchte Größen	b	R/S			$\beta$
berechnen				R/S	$\alpha$
				R/S	c

Gegeben:  $a, c$

$\alpha = \arcsin \frac{a}{c}; \quad \beta = \arccos(\sin \alpha)$

Gesucht:  $b, \alpha, \beta$

$P \rightarrow R: \quad (\beta; c) \rightarrow (a; b)$

BEISPIEL

$a = 26,8$   
 $c = 34,2$

*Lösung:*  $b = 21,25$   
 $\alpha = 51,59^\circ$   
 $\beta = 38,41^\circ$

a ,c					
Kennzahl eingeben	5	R/S			S.
Seiten eingeben	c	R/S			
und gesuchte Größen	a	R/S			$\alpha$
berechnen				R/S	$\beta$
				R/S	b

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Ein-gabe	31 32	$x \rightarrow t$			66 94	=		
				32 41	R/S	c		67 20	$*1/x$		
				33 42	RST			68 12	INV		
			K	34 27	*dsz			69 23	sin		
00 33	STO			35 04	4			70 57	*subr		
01 00	0			36 07	7			71 00	0		
02 27	*dsz			37 41	R/S	3.	a	72 07	?		
03 01	1			38 64	x			73 41	R/S	b	
04 08	8			39 57	*subr			74 42	RST		
05 41	R/S	1.	c	40 02	2			75			
06 32	$x \rightarrow t$			41 03	3			76			
07 41	R/S	$\alpha$	$\alpha$	42 41	R/S	b		77			
08 23	sin			43 32	$x \rightarrow t$			78			
09 12	INV			44 22	GTO			79			
10 24	cos			45 02	2			80			
11 41	R/S	$\beta$		46 08	8			81			
12 26	*f(n)			47 27	*dsz			82			
13 02	P→R			48 06	6			83			
14 58	*rtn	b		49 02	2			84			
15 32	$x \rightarrow t$			50 41	R/S	4.	a	85			
16 41	R/S	a		51 32	$x \rightarrow t$			86			
17 42	RST			52 41	R/S		b	87			
18 27	*dsz			53 26	*f(n)			88			
19 03	3			54 03	R→P			89			
20 04	4			55 41	R/S	$\beta$		90			
21 41	R/S	2.	a	56 23	sin			91			
22 54	:			57 12	INV			92			
23 32	$x \rightarrow t$			58 24	cos			93			
24 41	R/S		$\alpha ; \beta$	59 22	GTO			94			
25 25	tan			60 03	3			95			
26 94	=			61 00	0			96			
27 58	*rtn	b		62 41	R/S	5.	c	97			
28 26	*f(n)			63 54	:			98			
29 03	R→P			64 32	$x \rightarrow t$			99			
30 41	R/S	$\beta ; \alpha$		65 41	R/S		a				

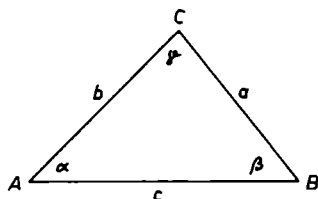
R <sub>0</sub> Zeiger	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>
R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	R <sub>7</sub>	R <sub>8</sub> belegt	R <sub>9</sub> belegt

## Schiefwinklige Dreiecke

### Fall SSS

Gegeben:  $a, b, c$

Gesucht:  $\alpha, \beta, \gamma$



$$\gamma = \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$\alpha$  wird mit  $P \rightarrow R$  und  $R \rightarrow P$  berechnet.  $\beta = \arccos(-\cos(\alpha + \gamma))$

**Größenverhältnisse gleichgültig!**

#### BEISPIEL

$a = 18,84$

$b = 12$

$c = 8$

*Lösung:*  $\alpha = 139,94^\circ$

$\beta = 24,20^\circ$

$\gamma = 15,86^\circ$

### Fall SWS

Gegeben:  $b, \alpha, c$

Gesucht:  $a, \beta, \gamma$

$\beta$  und  $a$  werden mit  $P \rightarrow R$  und  $R \rightarrow P$  berechnet.

$\gamma = \arccos(-\cos(\alpha + \beta))$

#### BEISPIEL

Gegeben:  $b = 25,00$

*Lösung:*  $a = 11,69$

$c = 18,00$

$\beta = 112,98^\circ$

$\alpha = 25,50^\circ$

$\gamma = 41,52^\circ$

### Fall WSW

Gegeben:  $\alpha, c, \beta$

Gesucht:  $a, b, \gamma$

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) \Rightarrow \gamma = \arccos(-\cos(\alpha + \beta))$$

$$\frac{c}{\sin \gamma} = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\text{Somit: } a = \frac{c}{\sin \gamma} \cdot \sin \alpha \quad b = \frac{c}{\sin \gamma} \cdot \sin \beta$$

#### BEISPIEL

$c = 8$

$\alpha = 140,00^\circ$

$\beta = 24,16^\circ$

*Lösung:*  $a = 18,84$

$b = 12,00$

$\gamma = 15,84^\circ$

**Programmdurchführung**

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
SSS					
Kennzahl eingeben	1	R/S			1.
Seiten eingeben	a	R/S			$a^2$
	b	R/S			$a^2 + b^2$
und Winkel berechnen	c	R/S			$\gamma$
		R/S	RCL 2	R/S	$\alpha$
				R/S	$\beta$
SWS					
Kennzahl eingeben	2	R/S			2.
Seiten und	b	R/S			
Winkel eingeben	$\alpha$	R/S			
und gesuchte Größen	c	R/S			$\beta$
berechnen				R/S	$\gamma$
				R/S	a
WSW					
Kennzahl eingeben	3	R/S			3.
Seite und	c	R/S			
Winkel eingeben	$\alpha$	R/S			
und gesuchte Größen	$\beta$	R/S			$\gamma$
berechnen				R/S	a
				R/S	b

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 01	1			66 32	$x \rightarrow t$		
				32 57	*subr			67 41	R/S	a	
				33 03	3			68 42	RST		
			K	34 07	7			69 41	R/S	3.	c
00 33	STO			35 42	RST			70 54	:		
01 00	0			36 41	R/S	2.	b	71 52	(		
02 27	*dsz			37 32	$x \rightarrow t$			72 41	R/S		$\alpha$
03 06	6			38 41	R/S	$\gamma$	$\alpha$	73 84	+		
04 00	0			39 84	+			74 32	$x \rightarrow t$		
05 41	R/S	1.	a	40 26	*f(n)			75 41	R/S		$\beta$
06 33	STO			41 02	$P \rightarrow R$			76 33	STO		
07 01	1			42 52	(			77 02	2		
08 43	$x^2$			43 41	R/S		c	78 53	)		
09 84	+			44 74	-			79 57	*subr		
10 41	R/S		b	45 32	$x \rightarrow t$			80 05	5		
11 33	STO			46 53	)			81 04	4		
12 02	2			47 32	$x \rightarrow t$			82 23	sin		
13 43	$x^2$			48 34	RCL			83 64	x		
14 74	-			49 08	8			84 32	$x \rightarrow t$		
15 41	R/S		c	50 26	*f(n)			85 23	sin		
16 43	$x^2$			51 03	$R \rightarrow P$			86 94	=		
17 94	=			52 41	R/S	$\alpha; \beta$		87 41	R/S	a	
18 54	:			53 94	=			88 32	$x \rightarrow t$		
19 02	2			54 24	cos			89 64	x		
20 54	:			55 93	+/-			90 34	RCL		
21 34	RCL			56 12	INV			91 02	2		
22 01	1			57 24	cos			92 23	sin		
23 54	:			58 41	R/S	$\beta; \gamma$		93 94	=		
24 34	RCL			59 58	*rtn			94 41	R/S	b	
25 02	2			60 27	*dsz			95 42	RST		
26 94	=			61 06	6			96			
27 12	INV			62 09	9			97			
28 24	cos			63 57	*subr			98			
29 32	$x \rightarrow t$			64 03	3			99			
30 34	RCL			65 06	6						

R <sub>0</sub> Zeiger	R <sub>1</sub> a	R <sub>2</sub> b ; $\beta$	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>
R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	R <sub>7</sub>	R <sub>8</sub> belegt	R <sub>9</sub> belegt



## Fall SSW

Gegeben:  $a, b, \alpha$

Gesucht:  $c, \beta, \gamma$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$$

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\beta = \arcsin\left(b \cdot \frac{\sin \alpha}{a}\right)$$

$$\gamma = \arccos(-\cos(\alpha + \beta))$$

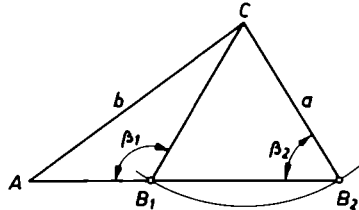
$$c = \sin \gamma \cdot \frac{a}{\sin \alpha}$$

Wenn  $a \geq b$ , so gibt es genau eine Lösung.

Wenn  $a < b$  ist, so können zwei, eine oder keine Lösung vorliegen.

Es gilt für die zweite Lösung:

$$\beta_2 = 180^\circ - \beta_1$$



### BEISPIELE

1.  $a = 5$   
 $b = 4,2$   
 $\alpha = 67^\circ$

Lösung:  $c = 4,81$   
 $\beta = 50,64^\circ$   
 $\gamma = 62,36^\circ$

2.  $a = 3,4$   
 $b = 5,2$   
 $\alpha = 37^\circ$

Lösungen:  $c_1 = 5,48$      $c_2 = 2,82$   
 $\beta_1 = 66,99^\circ$      $\beta_2 = 113,01^\circ$   
 $\gamma_1 = 76,01^\circ$      $\gamma_2 = 29,99^\circ$

## Programmdurchführung

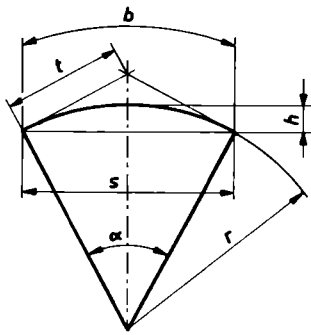
Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		CLR	$x \rightarrow t$	RST	
die beiden Seiten	a	R/S			
und	b	R/S			
den Winkel eingeben	$\alpha$	R/S			X
X = "0." : die blinkende					
Null bedeutet : es gibt					
keine Lösung		CE			.
X = -2. : zwei Lösungen				R/S	$\beta_1$
				R/S	$\gamma_1$
				R/S	$c_1$
				R/S	$\beta_2$
				R/S	$\gamma_2$
				R/S	$c_2$
X $\neq$ "0." und X $\neq$ -2. :					X = $\beta$
eine Lösung , X = $\beta$				R/S	$\gamma$
				R/S	c

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 02	2			66 94	=		
				32 34	RCL			67 41	R/S	c	
				33 04	4			68 27	*dsz		
			a	34 47	*x $\geq$ t			69 07	7		
00 33	STO			35 04	4			70 06	6		
01 04	4			36 02	2			71 42	RST		
02 33	STO			37 02	2			72 12	INV		
03 05	5			38 33	STO			73 24	cos		
04 74	-			39 00	0			74 33	STO		
05 41	R/S	a	b	40 93	+/-			75 07	7		
06 33	STO			41 41	R/S	-2.		76 34	RCL		
07 03	3			42 34	RCL			77 07	7		
08 12	INV			43 03	3			78 22	GTO		
09 35	SUM			44 54	:			79 05	5		
10 04	4			45 34	RCL			80 00	0		
11 64	x			46 05	5			81			
12 41	R/S	b	$\alpha$	47 94	=			82			
13 33	STO			48 12	INV			83			
14 02	2			49 23	sin			84			
15 33	STO			50 41	R/S	$\beta$		85			
16 07	7			51 84	+			86			
17 23	sin			52 34	RCL			87			
18 12	INV			53 02	2			88			
19 30	*PROD			54 94	=			89			
20 05	5			55 24	cos			90			
21 94	=			56 93	+/-			91			
22 47	*x $\geq$ t			57 12	INV			92			
23 02	2			58 24	cos			93			
24 09	9			59 41	R/S	$\gamma$		94			
25 01	1			60 35	SUM			95			
26 93	+/-			61 07	7			96			
27 13	ln x	"0."		62 23	sin			97			
28 42	RST			63 64	x			98			
29 37	*x=t			64 34	RCL			99			
30 07	7			65 05	5						

R <sub>0</sub> Zähler	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub> $\alpha$	R <sub>3</sub> b	R <sub>4</sub> a - b
R <sub>5</sub> a/sin $\alpha$	R <sub>6</sub>	R <sub>7</sub> belegt	R <sub>8</sub>	R <sub>9</sub>

**Berechnungen am Kreis**  
**Kreis Sektor und Kreissegment**



$b = r\hat{\alpha}$   $t = r \tan \frac{\alpha}{2} \quad \alpha \neq 180^\circ$

$s = 2r \sin \frac{\alpha}{2}$   $A_{\text{Sektor}} = \frac{br}{2}$

$h = 2r \sin^2 \frac{\alpha}{4}$   $A_{\text{Segment}} = \frac{r^2}{2} (\hat{\alpha} - \sin \alpha)$

Gegeben:  $r, \alpha^\circ$ : **Programm 1. a**

Gegeben:  $r, s$ : **Programm 1. b**

Gegeben:  $r, h$ : **Programm 1. c**

Gegeben:  $h, s$   $r = \frac{h}{2} + \frac{s^2}{8h}$  berechnen und dann das Programm durchführen.

Gegeben:  $s, \alpha^\circ$   $r = \frac{s}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$  berechnen und dann das Programm durchführen.

**Programmdurchführung**

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
1. Radius eingeben	r	R/S			r
a.) Winkel eingeben	$\alpha^\circ$	R/S			$\hat{\alpha}$
				R/S	s
				R/S	$h \Rightarrow 2.$
b.) Sehne eingeben	s	GTO 61	R/S		$\alpha^\circ$
				R/S	$\hat{\alpha}$
				R/S	$h \Rightarrow 2.$
c.) Höhe eingeben	h	GTO 77	R/S		$\alpha^\circ$
				R/S	$\hat{\alpha}$
				R/S	s
2. Bogenlänge und				R/S	b
Flächen berechnen				R/S	A Sektor
				R/S	A Segment

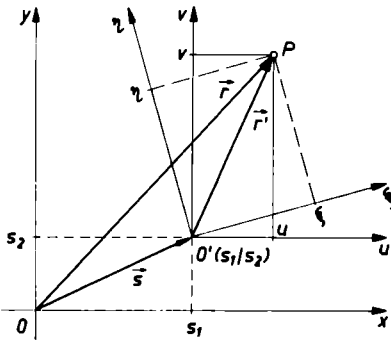
## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 43	$x^2$			66 23	sin		
				32 57	*subr			67 64	x		
				33 01	1			68 02	2		
				34 06	6			69 94	=		
00 12	INV		r	35 41	R/S	h;s		70 57	*subr		
01 79	*RAD			36 34	RCL			71 00	0		
02 33	STO			37 01	1			72 04	4		
03 02	2			38 64	x			73 58	*rtn	$\alpha$	
04 41	R/S	$r; \alpha^\circ$	$\alpha^\circ$	39 34	RCL			74 22	GTO		
05 24	cos			40 02	2			75 02	2		
06 79	*RAD			41 64	x			76 05	5		
07 12	INV			42 41	R/S	b		77 54	:		h
08 24	cos			43 34	RCL			78 57	*subr		
09 33	STO			44 02	2			79 01	1		
10 01	1			45 54	:			80 07	7		
11 58	*rtn	$\alpha$		46 02	2			81 48	$\sqrt{x}$		
12 54	:			47 74	-			82 12	INV		
13 02	2			48 41	R/S	A Sektor		83 23	sin		
14 94	=			49 34	RCL			84 64	x		
15 23	sin			50 01	1			85 02	2		
16 64	x			51 23	sin			86 57	*subr		
17 52	(			52 64	x			87 06	6		
18 34	RCL			53 34	RCL			88 07	7		
19 02	2			54 02	2			89 41	R/S	$\alpha$	
20 64	x			55 43	$x^2$			90 57	*subr		
21 02	2			56 54	:			91 01	1		
22 53	)			57 02	2			92 02	2		
23 94	=			58 94	=			93 22	GTO		
24 58	*rtn	s		59 41	R/S	A Segment		94 03	3		
25 34	RCL			60 42	RST			95 05	5		
26 01	1			61 54	:		s	96			
27 54	:			62 57	*subr			97			
28 04	4			63 01	1			98			
29 94	=			64 07	7			99			
30 23	sin			65 12	INV						

## BEISPIEL

Gegeben:  $r = 15$ ;  $\alpha = 52^\circ$ Gesucht:  $b, A_{\text{Sektor}}, A_{\text{Segment}}, s, h, t$ Lösung:  $b = 13,61$  $A_{\text{Sektor}} = 102,1$  $A_{\text{Segment}} = 13,45$  $s = 13,15$  $h = 1,52$  $t = 7,32$

# Parallelverschiebung und Drehung des Koordinatensystems



$$\begin{aligned}\xi &= (x - s_1) \cos \alpha + (y - s_2) \sin \alpha \\ \eta &= -(x - s_1) \sin \alpha + (y - s_2) \cos \alpha \\ \vec{r}' &= \vec{r} - \vec{s} \quad \begin{cases} u = x - s_1 \\ v = y - s_2 \end{cases}\end{aligned}$$

## BEISPIELE

1. Gegeben:  $x = 7$      $O'(3 | -2)$   
 $y = 9$      $\alpha = 62,5^\circ$   
 Gesucht:  $\xi, \eta$   
 Lösung:  $\xi = 11,60$   
 $\eta = 1,53$

2. Wie lauten die Koordinaten des Punkts  $P(2 | 4)$  in einem um  $30^\circ$  gedrehten Koordinatensystem?  
 Lösung:  $\xi = 3,73$      $\eta = 2,46$     ( $s_1 = s_2 = 0$ )

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			x
00 74	-		
01 41	R/S	x	s1
02 94	=		
03 32	x ← t		
04 41	R/S		y
05 74	-		
06 41	R/S	y	s2
07 94	=		
08 26	*f(n)		
09 03	R → P		
10 74	-		
11 41	R/S		α
12 94	=		
13 26	*f(n)		
14 02	P → R		
15 41	R/S	η	
16 42	RST		

## Programmdurchführung

Eingabe	Befehle			Anzeige
	RST			
x	R/S			x
s1	R/S			
y	R/S			y
s2	R/S			
α	R/S			η
			x ← t	f

# Gedämpfte Sinusschwingung

$$x = A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi)$$

$A$  ... Amplitude

$\delta$  ... Dämpfungszahl

$t$  ... Zeit

$x$  ... Elongation

$\omega$  ... Kreisfrequenz

$\varphi$  ... Phasenverschiebung

## Programm

Kode	Taste	Aus- gabe	Ein- gabe
			t
00 64	x		
01 32	x $\rightarrow$ t		
02 34	RCL		
03 03	3		
04 84	+		
05 34	RCL		
06 04	4		
07 94	=		
08 23	sin		
09 54	:		
10 52	(		
11 32	x $\rightarrow$ t		
12 64	x		
13 34	RCL		
14 02	2		
15 53	)		
16 14	e <sup>x</sup>		
17 64	x		
18 34	RCL		
19 01	1		
20 94	=		
21 41	R/S	x	
22 42	RST		

## Programmdurchführung

Eingabe	Befehle			Anzeige
	RST	*RAD		
A	STO 1			
$\delta$	STO 2			
$\omega$	STO 3			
$\varphi$	STO 4			
t	R/S			x

## BEISPIEL

$$x = 5 e^{-0,6t} \sin(1,5t + 0,2)$$

t	0	0,2	0,4	0,6
x	0,993	2,126	2,821	3,109
t	0,8	1,0	1,2	1,4
x	3,049	2,721	2,213	1,610
t	1,6	1,8	2,0	2,5
x	0,987	0,406	-0,088	-0,807
t	3,0			
x	-0,826			

## Statistik

### Mittelwert und Standardabweichung einer Stichprobe mit Klasseneinteilung

Falls  $x_1$  mit der Häufigkeit  $f_1$  und  $x_2$  mit der Häufigkeit  $f_2, \dots$  auftritt, so rechnet man für  $k$  Klassen:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^k f_j x_j}{n} \quad s^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{j=1}^k f_j x_j^2 - \frac{\left( \sum_{j=1}^k f_j x_j \right)^2}{n} \right] \quad n = \sum_{j=1}^k f_j$$

#### PROGRAMM 1

#### Äquidistante Klassenmitten ( $\Delta x = \text{Const}$ )

#### BEISPIEL

Gegeben:	$x_j$	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	...	<sup>2</sup>
	$f_j$	12	21	41	18	9	7		
Gesucht:	$\bar{x}, s$	Lösung: $\bar{x} = 7,611$			$s = 1,314$				

#### Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
Differenz der Klassenmitten	$\Delta x$	GTO 27	R/S		$\Delta x$
und Anfangswert eingeben	$x_1$	R/S			$x_1$
Häufigkeiten ( $j = 1, \dots, k$ )	$f_j$	R/S			$x_{j+1}$
Mittelwert und		=	GTO 34	R/S	$\bar{x}$
Standardabweichung berechnen				R/S	$s \dots^1$

<sup>1</sup> Nach der Berechnung von  $\bar{x}$  und  $s$  können weitere Werte eingegeben werden:

...

<sup>2</sup>  $x_1 = 5,5; \Delta x = 1$



## Nichtäquidistante Klassenmitten

### BEISPIEL

Gegeben:  $x_1 = 5$ ;  $x_2 = 9$ ;  $x_3 = 16$ ;  $x_4 = 17,5$ ;  $x_5 = 23,4$

Gesucht:  $\bar{x}$ ,  $s$

Lösung:  $\bar{x} = 14,18$ ;  $s = 7,25$

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle			Anzeige
1	$x \leftarrow t$	GTO 28	R/S	1.
$x_j$	R/S			$x_j$
$f_j$	R/S			0.
		GTO 34	R/S	$\bar{x}$
			R/S	$s \dots^2$

### PROGRAMM 2

In diesem kurzen Programm muß auch bei äquidistanten Klassenmitten jedes  $x_j$  einzeln eingegeben werden.

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle		Anzeige
	RST	*CMs	
$x_j$	R/S		
$f_j$	R/S		
	GTO 14	R/S	$\bar{x}$
		R/S	$s \dots^3$

<sup>2</sup> Nach der Berechnung von  $\bar{x}$  und  $s$  können weitere Wertepaare eingegeben werden:

GTO 17	$x_{j+1}$	R/S	...
--------	-----------	-----	-----

<sup>3</sup> Nach der Berechnung von  $\bar{x}$  und  $s$  können weitere Wertepaare eingegeben werden:

$x_{j+1}$	R/S	...
-----------	-----	-----

Programm 1

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 22	GTO		
				32 01	1		
				33 06	6		
				34 26	*f(n)		
00 64	x			35 01	Mean		
01 41	R/S	$x_j$	$f_j$	36 41	R/S	$\bar{x}$	
02 35	SUM			37 26	*f(n)		
03 07	7			38 00	S.Dev		
04 64	x			39 41	R/S	s	
05 35	SUM						
06 05	S						
07 34	RCL						
08 01	1						
09 94	=						
10 35	SUM						
11 06	6						
12 00	0						
13 37	*x=t						
14 02	2						
15 00	0						
16 41	R/S	0.	$x_j$				
17 33	STO						
18 01	1						
19 42	RST						
20 34	RCL						
21 00	0						
22 35	SUM						
23 01	1						
24 34	RCL						
25 01	1						
26 42	RST						
27 56	*CP						
28 38	*CMS						
29 33	STO		$1/\Delta x$				
30 00	0						

Programm 2

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			$x_1$
00 64	x		
01 32	x=t		
02 41	R/S		$f_j$
03 35	SUM		
04 07	7		
05 64	x		
06 35	SUM		
07 05	S		
08 32	x=t		
09 94	=		
10 35	SUM		
11 06	6		
12 41	R/S		$x_j$
13 42	RST		
14 26	*f(n)		
15 01	Mean		
16 41	R/S	$\bar{x}$	
17 26	*f(n)		
18 00	S.Dev		
19 41	R/S	s	
20 42	RST		

$R_0 \quad 1 ; \quad \Delta x$	$R_1 \quad x_j$	$R_2$
$R_5 \quad \sum f_j \cdot x_j$	$R_6 \quad \sum f_j \cdot x_j^2$	$R_7 \quad \sum f_j$

## Lineare Regression

Gegeben seien  $n$  Punkte  $(x_1|y_1), (x_2|y_2), \dots, (x_n|y_n)$ .

Die Gleichung der mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate ermittelten Regressionsgeraden lautet:  $y = kx + d$

$$\text{mit} \quad k = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} \quad \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\text{und} \quad d = \bar{y} - k \bar{x} \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

Für den *Korrelationskoeffizienten*  $r$  gilt:  $r = k \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

$$\text{mit} \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2}{n-1}} \quad \text{und} \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - n \bar{y}^2}{n-1}}$$

BEISPIEL

$$\text{Gegeben:} \quad \begin{array}{c|ccccc} x_i & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y_i & 1 & 2 & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

Gesucht:  $\bar{x}, \bar{y}$ , Gleichung der Regressionsgeraden,  $\sigma_x, \sigma_y, r, y(3,2), x(1,5)$

$$\text{Lösung:} \quad \begin{array}{llll} \bar{x} = 3,00 & \sigma_x = 1,58 & y = 0,70x + 0,30 & r = 0,97 \\ \bar{y} = 2,40 & \sigma_y = 1,14 & y(3,2) = 2,54 & x(1,5) = 1,71 \end{array}$$

Mit Hilfe dieses Programms können auch andere Kurvenanpassungen durchgeführt werden.

## Anpassung einer logarithmischen Kurve

Gegeben seien die  $n$  Punkte  $(\xi_1|\eta_1), (\xi_2|\eta_2), \dots, (\xi_n|\eta_n)$ .

Ausgleichskurve:  $\eta = a + b \cdot \ln \xi \quad (\xi_i > 0)$

Substitutionen:  $\ln \xi_i = x_i \quad a = d$   
 $\eta_i = y_i \quad b = k$

BEISPIEL

$$\text{Gegeben:} \quad \begin{array}{c|ccccc} \xi_i & 1,5 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline \eta_i & -15 & -11 & -3,5 & 3,5 & 7 \end{array}$$

Gesucht:  $a, b$  der Ausgleichskurve  $\eta = a + b \ln \xi, \eta(3,2)$

$$\text{Lösung:} \quad \begin{array}{ll} a = d = -23,38 & \eta = -23,38 + 18,85 \ln \xi \\ b = k = 18,85 & \eta(3,2) = -1,45 \end{array}$$

## Anpassung einer Potenzkurve

Gegeben seien  $n$  Punkte  $(\xi_1|\eta_1), (\xi_2|\eta_2), \dots, (\xi_n|\eta_n)$ , mit  $\xi_i > 0 \wedge \eta_i > 0$ .

Ausgleichskurve:  $\eta = a \cdot \xi^b \quad (a > 0)$

Linearisierte Funktion:  $\ln \eta = \ln a + b \cdot \ln \xi$

Substitutionen:  $\ln \xi = x \quad a = e^d$   
 $\ln \eta = y \quad b = k$

## Anpassung einer Exponentialkurve

Gegeben seien  $n$  Punkte  $(\xi_1|\eta_1), (\xi_2|\eta_2), \dots, (\xi_n|\eta_n)$ .

Ausgleichskurve:  $\eta = ae^{b\xi}$

Linearisierte Funktion:  $\ln \eta = \ln a + b\xi$

Substitutionen:  $\xi_i = x_i$   $a = e^d$   
 $\ln \eta_i = y_i$   $b = k$

### Bemerkungen zum Programm

In PS 17 bis PS 41 wird  $k$  berechnet, mit PS 45 und PS 46 wird die noch offene Multiplikation (PS 41) abgeschlossen, so daß mit PS 47  $k \cdot \bar{x}$  ins T-Register gebracht wird.

Anschließend (PS 48 bis PS 53) erfolgt die Berechnung von  $\bar{y}$  und mit PS 54 und PS 55 die Berechnung von  $d$ , das für die Berechnung von  $x$ - oder  $y$ -Werten im T-Register gespeichert wird.

### Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1. Vorbereiten		*DMS	RST		
2. Datenpunkte eingeben ... <sup>1</sup>	x	x→t			
	y	R/S			1
3. Koeffizienten berechnen		*f(n)	S.Dev	STO 0	$\sigma_x$
			GTO 18	R/S	$\bar{x}$
				R/S	k
				R/S	d
				R/S	$\bar{y}$
				R/S	$\sigma_y$
				R/S	r
4. Berechnen von y-Werten ... <sup>4</sup>		GTO 80	... <sup>2</sup>		
	x	R/S			y
5. Berechnen von x-Werten ... <sup>4</sup>		GTO 87	... <sup>3</sup>		
	y	R/S			x

<sup>1</sup> Beachte: Nach Durchführung von 3. muß bei nachträglichem Hinzufügen weiterer Datenpunkte zuerst RST gedrückt werden.

<sup>2</sup> Nur nach Berechnen von  $x$ -Werten notwendig.

<sup>3</sup> Nur zur Berechnung des ersten  $x$ -Wertes notwendig.

<sup>4</sup> Die Anweisung 3. muß vor 4. oder 5. durchgeführt werden.

## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 74	-			66 54	:		
				32 34	RCL			67 34	RCL		
				33 07	7			68 04	4		
			$x_1, y_1$	34 53	)			69 94	=		
00 35	SUM			35 33	STO			70 48	$\sqrt{x}$		
01 01	1			36 04	4			71 41	R/S	$\sigma_y$	
02 64	x			37 54	:			72 20	$\ast 1/x$		
03 43	$x^2$			38 34	RCL			73 64	x		
04 35	SUM			39 00	0			74 34	RCL		
05 02	2			40 43	$x^2$			75 00	0		
06 32	$x \rightarrow t$	$(x_1)$		41 64	x			76 64	x		
07 33	STO			42 33	STO			77 34	RCL		
08 00	0			43 08	8			78 08	8		
09 94	=			44 41	R/S	k		79 94	=		
10 35	SUM			45 26	$\ast f(n)$			80 41	R/S	r; y	x
11 03	3			46 01	Mean			81 32	$x \rightarrow t$		
12 34	RCL			47 32	$x \rightarrow t$			82 84	+		
13 00	0			48 34	RCL			83 32	$x \rightarrow t$		
14 26	$\ast f(n)$			49 01	1			84 22	GTO		
15 04	$\sum +$			50 54	:			85 07	7		
16 41	R/S	1	$x_1, y_1$	51 34	RCL			86 06	6		
17 42	RST			52 07	7			87 32	$x \rightarrow t$		
18 26	$\ast f(n)$			53 74	-			88 74	-		
19 01	Mean			54 32	$x \rightarrow t$			89 32	$x \rightarrow t$		
20 41	R/S	$\bar{x}$		55 94	=			90 94	=		
21 64	x			56 41	R/S	d		91 93	+ / -		
22 34	RCL			57 32	$x \rightarrow t$			92 54	:		
23 01	1			58 41	R/S	$\bar{y}$		93 34	RCL		
24 74	-			59 64	x			94 08	8		
25 34	RCL			60 34	RCL			95 94	=		
26 03	3			61 01	1			96 41	R/S	x	y
27 94	=			62 74	-			97 22	GTO		
28 54	:			63 34	RCL			98 08	8		
29 52	(			64 02	2			99 07	7		
30 01	1			65 94	=						

$R_0 \quad x_1 ; \sigma_x$	$R_1 \quad \sum y_1$	$R_2 \quad \sum y_1^2$	$R_3 \quad \sum x_1 y_1$	$R_4 \quad 1 - n$
$R_5 \quad \sum x_1$	$R_6 \quad \sum x_1^2$	$R_7 \quad n$	$R_8 \quad k$	$R_9$

## Hypergeometrische Verteilung

Es liegt eine Grundgesamtheit vom Umfang  $N$  vor, die  $Np$  fehlerhafte und  $Nq$  einwandfreie Stücke enthält.

Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Stichprobe vom Umfang  $n$  genau  $x$  fehlerhafte Stücke enthält, beträgt dann:

$$P(x) = \frac{\binom{Np}{x} \cdot \binom{Nq}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Dem Entnehmen einer Stichprobe vom Umfang  $n$  entspricht das  $n$ -malige zufällige Ziehen eines Stücks ohne Zurücklegen.

Für die *hypergeometrische Verteilung* gilt:

Erwartungswert:  $\mu = np$

Varianz:  $\sigma^2 = npq \frac{N-n}{N-1}$

Rekursionsformel: 
$$P(x+1) = \frac{(Np-x)(n-x)}{(x+1)(Nq-n+1+x)} \cdot P(x)$$

$$P(0) = \frac{Nq \cdot (Nq-1) \cdot (Nq-2) \cdot \dots \cdot (Nq-n+1)}{N \cdot (N-1) \cdot (N-2) \cdot \dots \cdot (N-n+1)}$$

$$= \frac{(Nq-n+1)(Nq-n+2) \cdot \dots \cdot (N-n)}{(Nq+1) \cdot (Nq+2) \cdot \dots \cdot N}$$

Verteilungsfunktion: 
$$F(x) = \frac{1}{\binom{N}{n}} \sum_{k=0}^x \binom{Np}{k} \cdot \binom{Nq}{n-k}$$

### BEISPIEL

Aus einer 100er-Packung, die 5 defekte Stücke enthält, wird eine 20er-Stichprobe entnommen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß sich in dieser Stichprobe genau (höchstens)

a) 0      b) 1      c) 2      d) 3      e) 4

fehlerhafte Stücke befinden?

Lösung: a) 0,319      b) 0,420      c) 0,207      d) 0,048      e) 0,005  
           (0,319)      (0,739)      (0,947)      (0,995)      (1,000)

## Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
	N	RST	R/S		N
	p	R/S			Nq+1
	n	R/S			P (0)
	x	R/S			P (x)
				R/S	F (x)

## Programm

				31 01	1			66 37	**x=t		
				32 35	SUM			67 09	9		
				33 02	2			68 02	2		
			N	34 27	*dsz			69 64	x		
00 74	-			35 02	2			70 34	RCL		
01 52	(			36 03	3			71 01	1		
02 51	CE			37 94	=			72 54	:		
03 64	x			38 33	STO			73 34	RCL		
04 41	R/S	N	p	39 08	8			74 02	2		
05 53	)			40 41	R/S	F(x)	x	75 64	x		
06 33	STO			41 84	+			76 34	RCL		
07 00	0			42 01	1			77 00	0		
08 33	STO			43 33	STO			78 54	:		
09 06	6			44 03	3			79 35	SUM		
10 84	+			45 94	=			80 04	4		
11 01	1			46 32	x=t			81 01	1		
12 74	-			47 34	RCL			82 12	INV		
13 33	STO			48 05	5			83 35	SUM		
14 01	1			49 33	STO			84 01	1		
15 41	R/S	Nq+1	n	50 00	0			85 35	SUM		
16 33	STO			51 34	RCL			86 02	2		
17 05	5			52 06	6			87 35	SUM		
18 94	=			53 33	STO			88 03	3		
19 33	STO			54 01	1			89 27	*dsz		
20 02	2			55 34	RCL			90 06	6		
21 33	STO			56 07	7			91 04	4		
22 07	7			57 33	STO			92 01	1		
23 34	RCL			58 02	2			93 94	=		
24 02	2			59 34	RCL			94 41	R/S	P(x)	
25 54	:			60 08	8			95 34	RCL		
26 34	RCL			61 33	STO			96 04	4		
27 01	1			62 04	4			97 22	GTO		
28 64	x			63 54	:			98 04	4		
29 01	1			64 34	RCL			99 00	0		
30 35	SUM			65 03	3						

R <sub>0</sub> Np ; n-x	R <sub>1</sub> Nq+1; Np-x	R <sub>2</sub> Nq-n+1+x	R <sub>3</sub> x+1	R <sub>4</sub> F(x)
R <sub>5</sub> n	R <sub>6</sub> Np	R <sub>7</sub> Nq-n+1	R <sub>8</sub> P(0)	R <sub>9</sub>

## Binomialverteilung

$p$  sei die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ereignisses  $E$  und  $q = 1 - p$  die Wahrscheinlichkeit für das Nichteintreten von  $E$ .

**Wenn sich  $n$  Versuche unabhängig voneinander ausführen lassen und  $p$  konstant bleibt,** so ist die Wahrscheinlichkeit, daß  $E$  genau  $x$ -mal eintritt:

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Für die *Binomialverteilung* gilt:

Erwartungswert:  $\mu = np$

Varianz:  $\sigma^2 = npq$

Rekursionsformel:  $P(x+1) = \frac{n-x}{x+1} \cdot \frac{p}{q} P(x)$   $P(0) = q^n$

Verteilungsfunktion:  $F(x) = \sum_{k=0}^x \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

### BEISPIELE

1. Es gelte:  $n = 50$   $p = 0,15$  Wie groß ist  $P(7)$ ?

*Lösung:*  $P(7) = \binom{50}{7} \cdot 0,15^7 \cdot 0,85^{43} = 0,157$

2. In einer Großserie sind 5% fehlerhafte Stücke. Es ist die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, daß in einer 20er-Stichprobe

- a) genau 3 fehlerhafte Stücke,  
b) höchstens 3 fehlerhafte Stücke enthalten sind.

*Lösungen:*  $P(X=3) = 0,060$ ;  $P(X \leq 3) = F(3) = 0,984$

### Programmdurchführung

Eingabe	Befehle			Anzeige
p	RST	R/S		q
n	R/S			P(0)
x	R/S			P(x)
			R/S	F(x)



## Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 33	STO		
				32 05	5		
				33 54	:		
			p	34 34	RCL		
00 54	:			35 06	6		
01 52	(			36 37	*x=t		
02 93	+ / -			37 05	5		
03 84	+			38 04	4		
04 01	1			39 64	x		
05 53	)			40 34	RCL		
06 33	STO			41 00	0		
07 01	1			42 64	x		
08 94	=			43 01	1		
09 39	*EXC			44 35	SUM		
10 01	1			45 06	6		
11 45	$y^x$			46 34	RCL		
12 41	R/S	q	n	47 01	1		
13 33	STO			48 54	:		
14 07	7			49 35	SUM		
15 94	=			50 05	5		
16 33	STO			51 27	*dsz		
17 02	2			52 03	3		
18 41	R/S	F(x)	x	53 04	4		
19 84	+			54 01	1		
20 01	1			55 94	=		
21 33	STO			56 41	R/S	P(x)	
22 06	6			57 34	RCL		
23 94	=			58 05	5		
24 32	$x \leftarrow t$			59 22	GTO		
25 34	RCL			60 01	1		
26 07	7			61 08	8		
27 33	STO			62			
28 00	0			63			
29 34	RCL			64			
30 02	2			65			

*Beachte:*

Wünscht man für ein bestimmtes  $\mu$  die Werte  $P(x)$  und  $F(x)$  für  $x = 0, 1, \dots, n$  zu tabellieren, so fügt man nach PS 48 den Befehl R/S und nach SUM 5 (PS 49/50) die Befehle RCL 5 und R/S ein<sup>1</sup>.

$R_0 \quad n - x$	$R_1 \quad q ; p/q$	$R_2 \quad q^n = P(0)$
$R_5 \quad F(x)$	$R_6 \quad x + 1$	$R_7 \quad n$

<sup>1</sup> Die dadurch notwendige Adressenänderung im PS 36 ist zu beachten!

# Poisson-Verteilung

Wenn  $p$  klein ist und  $n$  groß ist, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Stichprobe vom Umfang  $n$  genau  $x$  fehlerhafte Stücke enthält:

$$P(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} \quad (\mu = np)$$

Für die *Poisson-Verteilung* gilt:

Erwartungswert:  $\mu = np$

Varianz:  $\sigma^2 = \mu = np$

Rekursionsformel:  $P(x+1) = \frac{\mu}{x+1} P(x)$   $P(0) = e^{-\mu}$

Verteilungsfunktion:  $F(x) = e^{-\mu} \sum_{k=0}^x \frac{\mu^k}{k!}$

## BEISPIELE

1. Gegeben:  $n = 60$   $p = 0,01$   
 Gesucht:  $P(2)$  *Lösung:* 0,099
  
2. Eine Produktion enthalte 3% schlechte Stücke.  
 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß in einer Zufallsstichprobe mit  $n = 80$   
 a) genau vier Ausschußstücke, *Lösungen:*  
 b) vier oder weniger Ausschußstücke a)  $P(X = 4) = 0,125$   
 zu finden sind? b)  $P(X \leq 4) = F(4) = 0,904$

## Programmdurchführung

### A zur Berechnung einzelner Werte

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
$\mu$	STD 1	$\mu$
$x$	R/S	$P(x)$
	R/S	$F(x)$

### B für die Erstellung von Tabellen

Eingabe	Befehle	Anzeige
	CLA	
$\mu$	RST	R/S $P(0)$
	R/S	$F(0)$
	R/S	'x'; $P(x)$
	R/S	$F(x)$
	:	:

# **Programm A**

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	31 41	R/S	P(x)	
				32 34	RCL		
				33 02	2		
			x	34 41	R/S	F(x)	
00 32	x <sub>←</sub> t			35 42	RST		
01 00	0						
02 33	STC						
03 00	0						
04 33	STC						
05 02	2						
06 34	RCL						
07 01	1						
08 93	+/-						
09 14	e <sup>x</sup>						
10 54	:						
11 35	SUM						
12 02	2						
13 34	RCL						
14 00	0						
15 37	*x <sub>←</sub> t						
16 02	2						
17 09	9						
18 01	1						
19 35	SUM						
20 00	0						
21 34	RCL						
22 00	0						
23 64	x						
24 34	RCL						
25 01	1						
26 22	GTO						
27 01	1						
28 00	0						
29 01	1						
30 94	=						

# **Programm B**

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			μ
00 38	*CMs		
01 33	STC		
02 00	0		
03 93	+ / -		
04 14	e <sup>x</sup>		
05 54	:		
06 41	R/S	P (x)	
07 35	SUM		
08 02	2		
09 34	RCL		
10 02	2		
11 41	R/S	F (x)	
12 01	1		
13 35	SUM		
14 01	1		
15 34	RCL		
16 01	1		
17 59	*pause	' x '	
18 64	x		
19 34	RCL		
20 00	0		
21 22	GTO		
22 00	0		
23 05	5		

# Register

Abfragen 51  
Absolutbetrag 12, 37  
Adressierbare Speicher 44  
Anwendungen 84  
Anzeigeformat 10  
Arbeitszeitermittlung 130  
Areafunktionen 114  
Arithmetische Funktionstasten 11  
Arithmetische Folgen 86  
Arkusfunktionen 13, 35  
Austauschanweisung  $x \leftrightarrow t$  51

Bedingte Sprungbefehle 61  
Berechnungen am Kreis 146  
Binärzahl 93  
Binomialkoeffizient 83  
Binomialverteilung 158  
Bogenmaß 14  
bst-Taste 50, 56

C-Tasten 10, 45, 50

Datenendbedingung 77  
Determinanten 100  
Drehung 148  
Dreiecke 71, 136, 140  
Drucker 56  
dsz 52, 64

$e^x$  12, 28  
EE-Taste 10  
Einfügen eines Befehls 57  
EXC 11, 45

Faktorielle 72  
Fixkommadarstellung 15  
fix-Taste 10  
Flächeninhalt 122, 146  
Funktionen 12, 24

Gedämpfte Sinusschwingung 149  
Geometrische Folgen 88  
ggT 94  
Gleitkommadarstellung 15  
Grenzwert 80  
Grundrechnungen 17  
GTO 51, 59

Hexadezimalzahl 93  
Horner-Schema 84  
Hyperbelfunktionen 114  
Hypergeometrische Verteilung 156

Induktive Schleifen 65  
Int 12, 37  
Interpolation 116

Kehrwert 12, 24, 76  
kgV 94  
Komplexe Zahlen 96  
Kreisfunktionen 13, 33  
Kreisteile 146  
Kubische Gleichung 108  
Kugelabschnitt 54

$\lg x$  12, 32  
Lineare Gleichungssysteme 102  
Lineare Regression 153  
 $\ln x$  12, 30  
Löschtasten 10  
Lösungen zu den Übungen 46

Mantisse 15

Näherungsweise Auflösung von Gleichungen  
110  
Newton-Interpolation 116  
Newton-Verfahren 108, 112  
Nop-Taste 51  
Numerische Differentiation 132  
Numerische Integration 126

Oktalzahl 93

Parallelverschiebung 148  
pause-Taste 50  
 $\pi$  10, 17  
Polarkoordinaten 14, 40  
Poisson-Verteilung 160  
Polynom 84, 120  
Potenzfunktion 13, 38  
Potenzieren einer komplexen Zahl 98  
Präfixtaste 9  
PROD 11, 45  
Programmierung 49  
prt 56

Quadratische Gleichung 106

Quadratwurzel 12, 26

Quadratzahl 12, 25

Querschnittswerte 122

Radizieren einer komplexen Zahl 98

RCL 11, 45

Rechtwinklige Dreiecke 71, 136

Redigieren von Programmen 55

Register 44

Regula falsi 110

Reihenfolge der Rechenoperationen 18

R/S-Taste 50

RST-Taste 50

rtn 51

Runge-Kutta-Verfahren 128

subr-Taste 81

Schiefwinklige Dreiecke 140

Schleifenkontrollbefehle 64

Simpson-Regel 126

Skalarprodukt 134

Speichertaste 11, 44

Sprungbefehle 59

SST-Taste 50, 56

Statistische Maßzahlen 14, 42, 150

STO 11, 45

SUM 11, 45

Sukzessive Schleifen 65, 77

Tastatur 9, 44, 50

Trägheitsmomente 122

Umordnen von Daten 11

Umwandlung einer Dezimalzahl 92

Unendliche geometrische Reihe 90

Unterprogramme 81

Variationen 66

Vektorrechnung 134

Verschachtelte Schleifen 74

Verzweigungen 61

Vorzeichenwechseltaste 9

Wertschleifen 65, 74

Winkel zwischen zwei Vektoren 134

Winkelmodus 9, 14

Wurzelfunktion 13, 38

$y^x$  13, 38

Zahleneingabe 10

Zahlendarstellungen 15

Zahlenumwandlungen 92

Zählschleifen 65

Zehnerlogarithmus 12, 32

Zusammengesetzte Grundrechnungen 20

# ELEKTRONISCHE TASCHENRECHNER

**Reihe: Fortbildung durch Selbststudium**

**HERAUSGEGEBEN VON JULIUS SCHÄRF**

JULIUS SCHÄRF / ROBERT STRECHA

## **UPN- Taschenrechner in Schule und Praxis**

190 Seiten, flex. Kunststoff S 144.—

JULIUS SCHÄRF / HELMUT SCHIERER / ROBERT STRECHA

## **Die Taschenrechner SR-50A und SR-51A in Schule und Praxis**

142 Seiten, flex. Kunststoff S 124.—

JULIUS SCHÄRF / HELMUT SCHIERER / ROBERT STRECHA

## **Der Taschenrechner SR-51-II in Schule und Praxis**

134 Seiten, flex. Kunststoff S 108.—

JULIUS SCHÄRF / HELMUT SCHIERER / ROBERT STRECHA

## **Die Taschenrechner TI-30, TI-45 und SR-40 in Schule und Praxis**

102 Seiten, flex. Kunststoff S 82.—

JULIUS SCHÄRF / HELMUT SCHIERER / WERNER BARON

## **Programmieren mit dem Taschenrechner TI-57**

Ca. 144 Seiten, flex. Kunststoff ca. S 132.—

JULIUS SCHÄRF / HELMUT SCHIERER / ROBERT STRECHA / WERNER BARON

## **Programmieren mit dem Taschenrechner TI-51-III**

In Vorbereitung

JULIUS SCHÄRF / HELMUT SCHIERER / HELMUT AIGNER / WERNER BARON

## **Programmieren mit den Taschenrechnern TI-58 und TI-59**

In Vorbereitung

**R. OLDENBOURG VERLAG WIEN MÜNCHEN**



Dieses Buch soll den Leser befähigen,

- mit Hilfe des Taschenrechners die eigenen Rechenprobleme schnell und sicher zu lösen,
- ohne Vorkenntnisse bald programmieren zu können,
- die Möglichkeiten seines Taschenrechners voll auszuschöpfen.

Dazu werden sicherlich die vielen ausführlichen Beispiele beitragen.

Der Leser wird schrittweise mit seinem leistungsfähigen Gerät vertraut gemacht. Bereits am Ende des ersten Abschnitts, in dem das Programmieren noch gar nicht erwähnt wird, ist er imstande, einfache Programme selbst zu erstellen.

Im zweiten Abschnitt wird der Leser in die Programmiertechnik eingeführt.

## FORTBILDUNG DURCH SELBSTSTUDIUM

**R. Oldenbourg Verlag Wier**

ISBN 3-7029-0125-6

ISBN 3-486-21921-9